Erziehungswissenschaften

Mathematik und ihre Verwendung – eine Analyse von Schulbüchern

Inaugural-Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades
der Philosophischen Fakultät
der Westfälischen Wilhelms-Universität zu Münster (Westf.)

1975

vorgelegt von
Rudolf Sträßer
aus Ratingen

1974

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547202_0005

Erziehungswissenschaften

Mathematik und ihre Verwendung – eine Analyse von Schulbüchern

Inaugural-Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades
der Philosophischen Fakultät
der Westfälischen Wilhelms-Universität zu Münster (Westf.)

vorgelegt von
Rudolf Sträßer
aus Ratingen

1974

Tag der mündlichen Prüfung: 4.7.75

Dekan: Prof. L. Budde

Referent: Prof. H. Blankertz

Korreferent: Prof. H. Möller

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Inhaltsverzeichnis:

Vorbemerkung .....S. 0

I. Fachdidaktik - Fachwissenschaft - Anwendung der Mathematik .....S. 1

I.1 Die Fachdidaktik der Mathematik S. 1

1.1 Selbstverständnis der Fachdidaktik Mathematik S. 1

1.2 Erziehungswissenschaften und Fachdidaktik S. 6

1.3 Stellung der Arbeit innerhalb der Fachdidaktik der Mathematik S. 13

I.2 Die Fachwissenschaft Mathematik - Die Benutzung der Mathematik S. 14

2.1 Fachwissenschaft Mathematik - ihre philosophische Deutung S. 14

2.2 Mathematik und ihre Nutzung S. 25

2.21 Exkurs: Arithmetik und Handel im mittelalterlichen Europa S. 28

2.22 Exkurs: Newtons Infinitesimalrechnung und ihre gesellschaftliche Funktion S. 34

2.3 Stellung des Autors S. 37

I.3 Die didaktischen Positionen zu: Mathematik und ihre Nutzung S. 38

3.1 Mathematik und ihre Nutzung in der fachdidaktischen Diskussion S. 39

3.11 Anwendung der Mathematik S. 47

3.2 Zusammenfassung S. 51

II. Vorgaben - Einschränkungen - Verfahren der Inhaltsanalyse von Schulbüchern .....S. 53

II.1 Begründung, Einschränkungen und Ziel der Inhaltsanalyse von Schulbüchern S. 53

II.2 Bestimmung der in die Analyse einbezogenen Schultypen S. 57

II.3 Bestimmung der zu analysierenden mathematischen Inhalte S. 61

3.1 Exkurs: Empfehlungen und Richtlinien S. 65

II.4 Festlegung der zu untersuchenden Bücher S. 72

II.5 Textsorten - Kategorien - Zähleinheiten S. 76

5.1 Analyse der Bücher der Teilzeitberufsschule S. 76

II .5.2 Analyse der Algebra- und Analysis-Bände - Textsorten S. 77

5.21 Kategorien zu situationspräsentierenden Texten S. 79

5.22 Kategorien zu Mathematik-präsentierenden Texten S. 8o

5.23 Kategorien zu den Aufgaben S. 83

5.24 Zusammenfassung S. 85

III. Ergebnisse .....S. 87

III.1 Die Bücher der Teilzeitberufsschule S. 87

III.2 Die Algebra- und Analysis-Bände - Überblick S. 92

III.3 Die Textsorten in den Algebra- und Analysis-Bänden S. 96

3.1 Situationspräsentierende Texte S. 96

3.2 Mathematik-präsentierende Texte S.1oo

3.21 Die Mathematik in den Algebra-Bänden S.1oo

3.22 Die Mathematik in den Analysis-Bänden S.1o5

3.3 Aufgaben S.1o8

3.4 Geschichte der Mathematik - Ausstattung S.113

III.4 Einige Einflüsse auf die Buchkonzeption S.114

4.1 Alter der Bücher - Modernisierungen S.114

4.2 Kurzausgaben S.118

4.3 Vergleich der Algebra- und Analysis-Bände S.12o

4.4 Schultypen S.123

III.5 Zusammenfassung S.129

III.6 Bewertung der Ergebnisse der Inhaltsanalyse S.132

6.1 Fachdidaktik und Erziehungswissenschaft S.133

6.11 Fachdidaktik S.133

6.12 Erziehungswissenschaft S.135

6.2 Schule und Schulpolitik S.138

6.21 Vollzeitschulen S.138

6.22 Vollzeitberufsschule S.14o

6.23 Realschule S.14o

6.24 Gymnasium S.141

Anhang I : Inhaltsanalyse - zur Methode der Arbeit ....S. 143

Anhang II : Die Fachleiter-Befragung - Ablauf und Ergebnisse .....S. 149

Anhang III: Liste der analysierten Schulbücher - Angabe der analysierten Abschnitte .....S. 156

Anhang IV : Tabellen - Belege .....S. 162

Anhang V : Literaturverzeichnis .....S. 178

Vorbemerkung:

Die vorliegende Arbeit ging von zwei sich widersprechenden Entwicklungstendenzen aus: Zum einen orientiert sich die Fachdidaktik der Mathematik - zumindest nach der Einschätzung vieler Fachdidaktiker - zunehmend an der Fachwissenschaft Mathematik, zum anderen führt die Entwicklung in der allgemeinen Didaktik - zumindest in der Folge von Saul B. Robinsohn - zu einer stärkeren Betonung überfachlicher Gesichtspunkte. Letztere Position wird allerdings in der Fachdidaktik der Mathematik kaum explizit reflektiert, obwohl die Mathematik mit ihren vielfältigen Verwendungsmöglichkeiten außerhalb der Mathematik diesem Problemkreis dauernd konfrontiert ist.

Eben dieses Spannungsfeld versucht die vorliegende Inhaltsanalyse aufzuklären, indem sie nach dem Verhältnis von Fachmathematik - im Sinne formaler, nicht auf spezielle, materielle Situationen bezogener Aussagensysteme - und den Verwendungssituationen dieser Systeme fragt.

Die Arbeit schreitet dabei von einer Untersuchung fachdidaktischer, allgemeindidaktischer, fachwissenschaftlicher, geschichtlicher und wissenschaftstheoretischer Aussagen (Teil I der Arbeit) zu einer Formulierung von Analysekategorien für die Inhaltsanalyse von Schulbüchern für den Mathematikunterricht an Realschulen, Gymnasien und einigen Berufsschultypen fort (Teil II der Arbeit). In einem dritten Teil werden dann die Ergebnisse dieser Inhaltsanalyse dargestellt, interpretiert und einige Konsequenzen gezogen.

1. Die Fachdidaktik der Mathematik

1.1 Selbstverständnis der Fachdidaktik Mathematik

Helge Lennés "Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland"[1] muß wohl als die in den letzten Jahren umfassendste Sichtung der mathematikdidaktischen Literatur in der Bundesrepublik aufgefaßt werden. Wenn auch der Titel weder die Beschränkung auf die Gymnasialdidaktik noch die auf die Didaktikdiskussion in der Bundesrepublik unter Vernachlässigung der didaktischen Bemühungen in der DDR anzeigt, so muß Lenné doch zugestanden werden, daß er die Positionen der Mathematikdidaktiker einigermaßen vollständig bis in das Jahr 1966 hinein aufgearbeitet hat.[2] Verfolgt man nun die mathematikdidaktische Diskussion in den entsprechenden Zeitschriften etwa seit 1968[3], so fällt zunächst auf, daß selten der Versuch unternommen wird, einen schon bei Lenné beklagten Mangel zu beheben: das Fehlen eines kategorialen Gerüstes und einer entsprechenden Methodologie der Didaktik der Mathematik[4]. Auch die von Lenné in dieser Richtung gemachten Versuche (vgl. Anm. 4) werden an keiner Stelle forgeführt; es finden sich nur einige wenig systematische Versuche, die Fach-

---

1 Lenné, Helge, Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland, Stuttgart 1969

2 Für die Einschätzung der Bedeutung des Lennéschen Werkes vgl. auch: Bigalke, Hans-Günther, Zur Situation der Mathematikdidaktik in der Bundesrepublik Deutschland, in: MPhSB, Bd. 18 (1971), p. 225 ff.

3 Einer Durchsicht wurden unterzogen: Educational Studies in Mathematics (im Folgenden abgekürzt: ESiM), L'enseignement mathematique (EnsMath), Mathematik in der Schule (MidSch), Der Mathematikunterricht (MU), Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht (MNU), Mathematisch-Physikalische Semesterberichte (MPhSB), Zentralblatt für die Didaktik der Mathematik (ZDM).

4 Lenné, a.a.o., S. 281 ff.

didaktik der Mathematik zu strukturieren.[5] Diese Strukturierungsversuche bzw. impliziten Strukturierungen - wie der Aufsatz von Bauersfeld et al. - lassen zwar jeweils eine Begründung dieser Strukturierung oder die Offenlegung der Gesichtspunkte der Kategorisierung vermissen, weisen aber dennoch eine gewisse Konvergenz auf, sodaß versucht werden soll, die durch diese Arbeiten nahegelegte Struktur einer Fachdidaktik der Mathematik darzustellen. Da sich die meisten der angeführten Aufsätze mit der Aufzählung der Komponenten einer Fachdidaktik begnügen, soll zunächst einmal eine solche Liste erstellt werden.

In allen vier Arbeiten spielen zwei Wissenszweige eine wesentliche Rolle: einmal die Fachwissenschaft Mathematik und zum anderen die von der Psychologie anzubietendenden oder angebotenen Theorien über das Lernen, speziell auch über das Lernen mathematischer Sachverhalte. Von letzteren wird in aller Regel auch Aufschluß über Methoden der Vermittlung von mathematischen Theorien erhofft. Diese beiden Komponenten will ich im folgenden abkürzend "Fachwissenschaft Mathematik" und"Psychologie des Mathematiklernens" nennen.

Neben diesen beiden Komponenten einer Fachdidaktik der Mathematik läßt sich noch in allen vier Arbeiten ein Komplex nachweisen, der zwar jeweils verschiedene Namen trägt, aber inhaltlich gleiches meint, nämlich eine Auseinandersetzung mit der Philosophie der

---

5
Es soll hier genannt werden:

1. Bauersfeld, H. et al. : Zum Selbstverständnis der Fachdozenten für Didaktik der Mathematik (Ergebnisse einer Umfrage), in: ZDM, 3.Jg. (1971), S. 1o9-113
2. Bigalke, H.-G.; Zur Situation der Mathematikdidaktik in der Bundesrepublik Deutschland, a.a.O.
3. Kaufmann, Burt A. - Steiner, H.-G.: The CSMP Approach to a Content Oriented Highly Individualized Mathematics Education, im: ESiM, 1. Jg. (1969), Heft 3, S. 312-326
4. Long, Richard S. et al.: Research in Mathematics Education, in: ESiM, Heft 2 (197o), S. 446-468

Mathematik und der wissenschaftstheoretischen Bedeutung dieses Faches. Bei diesem kurz "Wissenschaftstheorie bzw. Philosophie der Mathematik" genannten Komplex geht es sowohl um eine Einordnung der Mathematik in das Gebäude aller Wissenschaften wie auch um eine philosophische Durchdringung der Mathematik[6]. Auch die Geschichte der Mathematik kann in diesem Zusammenhang wertvolle Beiträge leisten und soll zu diesem Komplex gezählt werden. Außerdem gehört die Frage nach der Anwendbarkeit der Mathematik hierher[7].

Ein weiterer Bereich einer Didaktik der Mathematik wird in den genannten Arbeiten gleich kontrovers behandelt: Während nämlich Bigalke davon ausgeht, daß allgemeine Erziehungsziele dem Mathematikunterricht vorgegeben seien, die er dann nur noch für dieses Fach spezifizieren müßte[8], gehen Long et al. wohl davon aus, daß auch allgemeine Erziehungsziele, die mit dem Mathematikunterricht anzustreben seien, zum Forschungsgegenstand der Didaktik der Mathematik zu zählen sind.[9] In jedem Falle aber wird hier ein vierter Bereich fachdidaktischer Forschung angesprochen, der deutlich erziehungswissenschaftlich geprägt ist. Neben die Fragen nach den Erziehungszielen oder "Lernzielen"[10] - eine Diskussion der durch diese beiden Termini angedeuteten Unterschiede kann hier unterbleiben - treten noch andere erziehungswissenschaftliche Fragestellungen, wie etwa

---

6 vgl. hierzu auch den Teil I.2 dieser Arbeit.

7 vgl. etwa Long et al., a.a.O., S. 459 f, wobei diese Frage bei Long u.a. - ich meine: irrigerweise - zu den fachmathematischen gezählt wird.

8 vgl. Bigalke, a.a.O., S. 234

9 vgl. Long et al., a.a.O., S. 457

10 Bigalke verwendete in einem früheren Aufsatz den Begriff "Erziehungsziele", vgl. ders.: Fachdidaktik in Forschung und Lehre, in: MNU, Bd.22 (1969), S.257 ff, wechselte dann in dem erwähnten Artikel in den MPhSB zu "Lernzielen".

Probleme der Leistungsmessung, der Unterrichtsmethode und -organisation sowie die Evaluationsproblematik[11]. Diesen Komplex will ich zusammenfassend "Erziehungswissenschaftliche Fragen beim Mathematiklernen" nennen.

Während man die bisher in der Fachdidaktik der Mathematik unterschiedenen Fragestellungen jeweils einer wissenschaftlichen Fachdisziplin zuordnen konnte, die also an einer Fachdidaktik der Mathematik zu beteiligen war, ergibt sich aus dem Aufsatz von Bauersfeld u.a. eine weitere meines Erachtens wichtige Unterscheidung innerhalb der mathematischen Fachdidaktik: Gemeint ist hier die Trennung von allgemeiner und spezieller Didaktik der Mathematik oder die Unterscheidung der Probleme, die sich aus der Entwicklung und Erprobung von bestimmten Mathematik-Lehrgängen ergeben, (spezielle Fachdidaktik) von denen, die die Theorie des mathematischen Unterrichts allgemein betreffen (allgemeine Fachdidaktik).[12] Gleichzeitig führt diese Differenzierung innerhalb der Fachdidaktik über die reine Auflistung von Fragestellungen hinaus, indem sie eine Gruppierung der bisher angeführten Forschungsgegenstände nahelegt: Entscheidungen im Kontext der Problemfelder Wissenschaftstheorie/Philosophie der Mathematik, Fachwissenschaft Mathematik, Psychologie des Mathematiklernens und Erziehungswissenschaftliche Fragen beim Mathematiklernen entsprechen nämlich jeweils gewissen Vorgaben im Rahmen der Konstruktion und Erprobung von Lehrgängen[13], sodaß es angemessen erscheint, "senkrecht" zu den Kategorien Allgemeine Didaktik der Mathematik und Spezielle Didaktik

---

11 die sowohl im Aufsatz von Bauersfeld et al. wie auch in den von Long et al. angesprochen wird.

12 vgl. Bauersfeld et al., a.a.O., S. 111 f.

13 Die von H. Meyer untersuchte Deduktionsproblematik kann in der Fachdidaktik auch hier ausgemacht werden. Meyer, Hilbert: Einführung in die Curriculum-Methodologie, München (Kösel) 1972

der Mathematik (Konstruktion und Erprobung von Lehrgängen) die genannten Problemfelder zu einer vorläufigen Struktur einer Fachdidaktik der Mathematik anzuordnen. Dann ergibt sich folgendes Schema:

	Allgemeine Didaktik der Mathematik	Spezielle Didaktik der Mathematik
Wissenschaftstheorie/ Philosophie der math.		
Fachwissenschaft Mathematik		
Psychologie des Mathematiklernens		
Erziehungswissenschaftliche Fragen beim Mathematiklernen		

Auch der zitierte Aufsatz von Kaufmann/Steiner geht über eine reine Auflistung der Probleme einer Fachdidaktik der Mathematik hinaus, stattdessen bietet er eine Graphik der Nachbarschaftsbeziehungen zwischen dem, was dort Didaktik der Mathematik heißt, und den Nachbardisziplinen an.[14] Dieser Graphik geht allerdings eine Einengung der Fragestellung einer Didaktik der Mathematik voraus, wenn sie auf die Analyse der Fachwissenschaft, die Entwicklung einer Elementarmathematik und die Untersuchung der verschiedenen Methoden und Zugänge zu dieser Elementarmathematik beschränkt bleibt.[15] Wenn hier auch der Forschungsgegenstand einer Fachdidaktik der Mathematik - wie ich meine: unzulässigerweise - eingeschränkt wird, so führen Kaufmann-Steiner den von mir aufgeführten Fragestellungen einer Fachdidaktik vergleichbare Komplexe an, rechnen sie nur nicht alle zur Didaktik der Mathematik.

---

14 vgl. Kaufmann-Steiner, a.a.O., S. 317
Eine Wiedergabe dieses Schemas findet sich bei: Wittmann, Erich: Zur gegenwärtigen Situation der Fachdidaktiken, in: Neue Sammlung, 13.Jg. (1973), S. 122

15 Kaufmann-Steiner, a.a.O., S. 316

Allerdings unterscheidet sich die Darstellung des CSMP-Approach in seiner topologischen Struktur deutlich von meinem Strukturierungsversuch, nicht zuletzt durch die Zentralstellung, die Kaufmann-Steiner der Mathematik mit der inhaltlichen Füllung ihres Begriffes von Didaktik der Mathematik geben. Gerade die Stellung der Fachwissenschaft innerhalb der Fachdidaktik ist aber auch das zentrale Thema des Teils I.3 dieser Arbeit.

1.2 Erziehungswissenschaften und Fachdidaktik

Wenn man es auch als typisch für die Diskussion in der Mathematik-Didaktik ansehen muß, daß diese meist - wie die bisher analysierten Vorschläge - stark aus dem Fragehorizont der Fachwissenschaft Mathematik herkommen und allgemeinere Fragen eher nachträglich angelagert werden, so wird man die in der Erziehungswissenschaft selbst um die Fachdidaktik geführte Diskussion für die Erstellung eines kategorialen Rahmens für die Fachdidaktik Mathematik heranziehen. Gleichzeitig läßt sich so eine genauere Differenzierung der immer noch unbefriedigend strukturierten Kategorie "Erziehungswissenschaftliche Fragen..." erhoffen. Für die erziehungswissenschaftliche Diskussion lassen sich dabei meines Erachtens zwei Phasen unterscheiden: Zum einen wird bis gegen Ende der 60er Jahre wesentlich die Frage einer terminologischen Bestimmung der Fachdidaktik behandelt und versucht, den Fachdidaktiken einen systematischen Platz in den Erziehungswissenschaften anzuweisen. Ein wesentlicher Aspekt ist dabei ihr Verhältnis zur in dieser Zeit vieldiskutierten Allgemeinen Didaktik. Die Diskussion um die Fachdidaktik spiegelt in dieser Zeit genau den Fortgang der Diskussion um die allgemeine Didaktik wieder, in dem sie parallel zur Entwicklung von einer bildungstheoretischen zur einer lerntheoretischen

Didaktik[16] die entsprechenden Fragen für die Fachdidaktik stellt. In der Dokumentation von Detlef C. Kochan[17] "Allgemeine Didaktik - Fachdidaktik - Fachwissenschaft" läßt sich dieser Wandel ausgezeichnet nachweisen:

So ist in den 1957 und 1962 erschienenen Aufsätzen von Klein[18] bzw. Kopp (gemeint sind hier die Jahreszahlen der Erstveröffentlichung) bei ersterem die Orientierung an der "Menschenbildung" zentral für die "Wissenschaft Didaktik", wie auch bei Kopp "eine allgemeine Theorie des Bildungsinhalts nicht nur möglich, sondern sogar nötig ist."[19]

Im "Nachwort 1969" wird dann die Hinwendung zur lerntheoretischen Didaktik und die Abkehr von der bildungstheoretischen Didaktik bei Kopp deutlich.[2o] Expliziert wird diese Akzentuierung schon 1966, wenn Theodor Wilhelm Didaktik als die "Theorie optimalen Lehrens und Lernens durch Unterricht" bestimmt.[21] Bei Kopp tauchen in seinem Nachwort die für eine lerntheoretisch orientierte Fachdidaktik üblichen Fragen auf: "Ergebnisse der Lernpsychologie und der Begabungsforschung, Struktur und Verwendung didaktischer Medien"[22]. Aufgrund von Erhebungen

---

16 Für diese Begriffe vgl. Blankertz, Herwig, Theorien und Modelle der Didaktik, München 1969 (2. Aufl.)

17 Kochan, Detlef C.,(Hrsg.) Allgemeine Didaktik - Fachdidaktik-Fachwissenschaft, Darmstadt (Wissenschaftl. Buchgesellschaft) 197o

18 Klein, August: Fachdidaktik und Erziehungswissenschaft, abgedruckt in: Kochan, Detlef C.; a.a.O., S. 173-186

19 Kopp, Ferdinand: Das Verhältnis der allgemeinen Didaktik zu den Fachdidaktiken, abgedruckt in: Kochan, Detlef C., a.a.O. S. 187-2o8, speziell S. 2o4

2o vgl. Kopp, a.a.O., S. 2o8

21 Wilhelm, Theodor, Die erziehungswissenschaftliche Diskussion über die Aufgaben der Didaktik, abgedruckt in: Kochan, Detlef C., a.a.O., S. 353-384

22 Kopp, Ferdinand, a.a.O., S. 2o8

des Instituts für Didaktik human- und sozialwissenschaftlicher Fächer stellt Johannes Timmermanns fest, daß sich die Fachdidaktiker am Beginn der 7oer Jahre eher an den Begriffen und Intentionen von P. Heimann und der Berliner Schule der Didaktik denn an den von Weniger und Klafki entwickelten bildungstheoretischen Vorstellungen orientieren.[23] Auch in diesen Aufsätzen werden die schon bekannten Fachdidaktik-Komponenten "Geschichte des Faches", "das Verhältnis des Fachgebietes zur Psychologie und zur Soziologie" genannt[24], sodaß die Fachdidaktik der Mathematik durchaus die Themen der allgemeinen Fachdidaktikdiskussion der 6oer Jahre in ihren Fragehorizont aufgenommen hat. Andererseits ergibt sich aus dieser erziehungswissenschaftlichen Diskussion leider kein neuer Gesichtspunkt für eine Strukturierung der Fachdidaktik der Mathematik, wenn man von dem globalen Hinweis auf die Soziologie absieht. Zeitlich parallel mit der Verschiebung von der Didaktik-Diskussion zur Curriculum-Problematik wird in der Kontroverse um die Fachdidaktik zunehmend die Frage nach der organisatorischen Zuordnung der Fachdidaktiken im Rahmen der Hochschulen diskutiert.[25] Hier lautet die Frage: Sollen die Fachdidaktiken den Erziehungswissenschaften oder den Fachwissenschaften organisatorisch angegliedert werden? Offensichtlich nehmen die Fachdidaktiker der Mathematik hier eine für Fachdidaktiker atypische Stellung ein: Während nämlich die Antwort auf die o.g. Frage

---

23 Timmermann, Johannes, Bericht über den Stand der Fachdidaktik an den Universitäten der BRD 1971, in: ders., Fachdidaktik in Forschung Lehre, Hannover 1972, S. 15-35, im o.g. Zusammenhang vgl. S. 18ff

24 Kopp, a.a.O., S. 2o5

25 Analysen wie die von Becker, Egon - Jungblut, Gerd, Strategien der Bildungsproduktion, Frankfurt (Suhrkamp) 1972, legen übrigens einen nicht nur zeitlichen Zusammenhang nahe.

in der allgemeinen Zusammenfassung der "Bernrieder Protokolle zum Selbstverständnis der Fachdidaktik in der Universität" nur "mit großer Mehrheit" dafür ausfällt, die Fachdidaktiken bei den einzelnen Fachwissenschaften zu organisieren[26], sind sich die Fachdidaktiker der Mathematik einig: "Die Fachdidaktik Mathematik gehört dem Fachbereich (der Fakultät) Mathematik an."[27] Die gängige Orientierung der Fachdidaktiker der Mathematik an der Fachwissenschaft findet hier seinen organisatorischen Ausdruck.

Für die Zwecke dieser Arbeit soll jedoch noch eine andere Linie der Diskussion um die Fachdidaktik verfolgt werden, um den kategorialen Rahmen der Fachdidaktik Mathematik zu präzisieren: Schon 1969 nämlich versuchte Frank Achtenhagen (für den fremdsprachlichen Unterricht) eine Mittlerstellung zwischen lern- und bildungstheoretischem Modell für die Fachdidaktik zu formulieren.[28] Die fachdidaktisch orientierten Arbeiten im Rahmen der Forschungsgruppe um H. Blankertz[29] versuchten weiterhin, diese Entscheidung auch in anderen Fachgebieten zu realisieren. Ohne hier auf die Problematik des dort entwickelten "Struktur-

---

26 Mathiessen, Kjeld et al.: Bernrieder Protokolle zum Selbstverständnis der Fachdidaktik in der Universität, in: Timmermann, Johannes; Fachdidaktik in Forschung und Lehre, a.a.O., S. 86 ff, speziell S. 87

27 Mathiessen, Kjeld et al.: Bernrieder Protokolle...., a.a.O., S. 100. Im Übrigen bestätig Bigalke diesen Standpunkt in seinem Aufsatz von 1969 in dan MNU, a.a.O., S. 259

28 Achtenhagen, Frank, Didaktik des fremdsprachlichen Unterrichts, Weinheim (Beltz) 1969, 2. überarb. Aufl. 1971, S. 41ff

29 vgl.programmatisch:Achtenhagen,Frank - Menck,Peter,Langfristige Curriculumentwicklung und mittelfristige Curriculumforschung,ZfP(1970), S.407-429,sowie spezieller die beiden von Blankertz,Herwig herausgegebenen Bände der "Neuen pädagogischen Bemühungen":Curriculumforschung-Strategien,Strukturierung,Konstruktion,Essen 1971(2.Aufl.),Fachdidaktische Curriculumforschung,Strukturansätze für Geschichte,Deutsch, Biologie, Essen 1973

gitter-Ansatzes" weiter eingehen zu wollen, scheinen mir die dort entwickelten Gedanken insofern wichtig, als sie eine nähere Bestimmung der Rolle der Erziehungswissenschaften und der Ansprüche der Gesellschaft in den Fachdidaktiken versuchen.

Blankertz hatte in seinen "Theorien und Modellen der Didaktik" - im Anschluß an die damals beginnende Diskussion um die Curriculum-Revision - die bildungstheoretische Lehrplan-Theorie insofern weiterentwickelt, als er sie aus der Beschränkung auf die hermeneutische Methode herausführte, um sie durch Einbeziehung der wissenschaftlichen Erkenntnisse und eventuell nötiger eigener Forschungen über die sozio-kulturellen Determinanten des Lernens aus der Bindung an die bestehenden Verhältnisse zu befreien.[3o] Am Beispiel der Arbeitslehre wird dann eine Strategie vorgestellt, die eine fachdidaktisch orientierte Curriculum-Revision ermöglichen soll, ohne die weiter zu leistende Gesamt-Revision des Curriculums, wie sie Robinsohn fordert, unmöglich zu machen.[31] Da hier nicht die speziellen Aussagen zur Arbeitslehre, vielmehr der Beitrag zur Fachdidaktik-Konzeption interessiert, soll wesentlich auf die von Blankertz summarisch aufgeführten "Bedingungs-

---

3o
Blankertz, Herwig, Theorien und Modelle der Didaktik, a.a.O.,S. 13o ff
Auf eine diesem Versuch zugrundeliegende, wohl zu optimistische Sicht der Sozialwissenschaften, die so von vorneherein als "fortschrittlich" angesehen werden, sei nur kurz hingewiesen. Soziologie ist als Herrschaftswissenschaft nicht nur denkbar.

31
Zum Verhältnis des Robinsohnschen zum Blankertzschen Ansatz aus der Sicht der Münsteraner Gruppe vgl. den zitierten Aufsatz von Achtenhagen/Menck in der ZfP.
Für die "Strategie zur Entwicklung des Lehrplans für das Fach Arbeitslehre" vgl. Blankertz, Herwig, Theorien und Modelle der Didaktik, a.a.O., S. 172-185.

faktoren, die die Aufgabenstellung motivieren" eingegangen werden. Blankertz gruppiert diese "in die objektivierbaren Veränderungen der Lebenssituationen (A), die entgegenstehenden Faktoren aus dem Bereich der vorgegebenen Institutionen (B), die politisch-gesellschaftlichen Postulate (C) und die soziokulturell-anthropogenen Voraussetzungen der Jugend (D)."[32] Schon an dieser Aufzählung läßt sich ablesen, daß hier über den in 1.1 erarbeiteten Rahmen der Fachdidaktik hinaus eine Reflexion der gesellschaftlichen Funktion des Faches und der Ansprüche an dieses Fach gefordert werden kann.[33] Über diese ziemlich summarische Erkenntnis hinaus ist es jedoch auch der Münsteraner Gruppe noch nicht gelungen, diese programmatisch geforderte Bedingungsanalyse auch nur an einem Beispiel vorzuführen.[34] Der Münsteraner Ansatz ist zwar in der Folge dazu gekommen, die wissenschaftstheoretischen Prämissen seines Vorgehens wie auch seinen gesellschaftstheoretischen Standpunkt offenzulegen, indem er sich deutlich an die Kritische Theorie der Gesellschaft (die Frankfurter Schule der Soziologie) und deren Fortführung durch Jürgen Habermas band,[35] doch reichte auch ein solcher Bezug auf Theorien der Gesellschaft bisher nur aus, "die systematische Fixierung auf die Interessen derjenigen, für die Unterricht ver-

---

[32] Blankertz, Herwig, Theorien und Modelle der Didaktik, a.a.O., S. 174

[33] Schon Lenné hatte für die Mathematik-Didaktik in diese Richtung gezielt, als er in seinem Buch, S. 284, für eine Grundlegung der Methodolgie der Mathematik-Didaktik "primär den Soziologen und Systemtheoretiker" forderte. Wolfgang Münzinger machte mit dem Band "Moderne Mathematik, Gesellschaft und Unterricht", Weinheim (Beltz) 1971, einen ersten, wenn auch wohl mißglückten Versuch über die "soziologische Begründung der modernen Mathematik in der Schule." (Aus dem Untertitel)

[34] vgl. das Eingeständnis von Blankertz in dem Band "Fachdidaktische Curriculumforschung - ...", Essen 1973, in der Einleitung S. 19

[35] Ein Aufweis dieser These erscheint mir bei der Fülle der expliziten Bezüge auf die genannten Theorien überflüssig.

anstaltet wird",[36] für diesen Ansatz zu behaupten. Für eine Systematisierung der Fachdidaktik Mathematik ergibt sich die allgemeine Forderung nach einer Reflexion der gesellschaftlichen Funktion der Mathematik-Unterrichts sowie der Hinweis, daß dabei die Frage "Wem soll der Unterricht wozu nutzen?" nicht vergessen werden darf.[37] Andererseits hat sich mit der Frage nach der gesellschaftlichen Funktion der Mathematik (und ihres Unterrichts) der Fragekatalog der Fachdidaktik erweitert und gleichzeitig die Beschränkung auf vorgegebene Lehrziele aufgehoben. Außerdem findet die bei Mathematikdidaktikern so verbreitete Vorrangstellung der Fachwissenschaft in dieser Frage ihre Einschränkung, vielmehr ist wohl Kramp zuzustimmen, "daß sich verbindliche und praktible Aussagen über die Probleme der Menschenbildung von den Fachwissenschaften her grunsätzlich nicht gewinnen und zureichend begründen lassen ..."[38] Für eine Strukturierung der Fachdidaktik ist

---

36 vgl. Blankertz,Herwig, Einleitung S. 26 zu: Fachdidaktische Curriculumforschung ...", a.a.O.,
Die in Anm. 3o vermutete Dürftigkeit einer Hoffnung auf die Wissenschaften,ohne die Hinterfragung der den Wissenschaften zugrundeliegenden Interessen, findet hier eine nachträglich Bestätigung.

37 Die Forderung nach einer Theorie der Gesellschaft,die es ermöglichen würde, die Interessen verschiedener gesellschaftlicher Gruppen an der Mathematik einzuschätzen - und möglicherweise zu kritisieren und begründet abzulehnen - liegt im Rahmen dieses Ansatzes zwar nahe, tatsächlich liegt eine solche Theorie im Zusammenhang mit dem Münsteraner Ansatz bisher nicht vor.Ob dies systematisch in der Kritischen Theorie oder mehr in den Interessen oder der Rezeption der Münsteraner Gruppe begründet ist, soll und kann hier nicht geklärt werden.

38 Kramp, Wolfgang,Fachwissenschaft und Menschenbildung,abgedruck in: Kochan,Detlef C.(Hrsg.),Allgemeine Didaktik.a.a.O.,S.322-35o,Hier S.347
Auch Blankertz lehnt eine solche Abbilddidaktik ab, gesteht aber den Fachwissenschaften die Funktion eines negativen Kriteriums zu, indem er die von Weniger für den Geschichtsunterricht aufgestellte Forderung aufnimmt,daß nichts gelehrt werden darf,"was wissenschaftlich unhaltbar und falsch ist".Blankertz,Herwig:Theorien und Modelle...,a.a.O.,S.129.
Der Hinweis darauf,daß - auch in der Mathematik,vgl. den Abschnitt I-2 - nicht von einer Wissenschaft,sondern von konkurrierenden wissenschaftlichen Ansätzen innerhalb eines Fachgebietes gesprochen werden muß,führt ebenso zu einer Ablehnung der Fachwissenschaft als primär strukturierender Komponente innerhalb der Fachdidaktik.

die "Fixierung auf die Interessen derjenigen, für die Unterricht veranstaltet wird", allerdings so formal, daß in Ermangelung einer inhaltlichen Bestimmung der Interessen der zu Unterrichtenden eine Fachdidaktik Mathematik bei der Bearbeitung ihres Fragenkataloges für jede spezielle Arbeit die Fragen je spezifisch aufeinander beziehen muß, sich aber der Frage nach den der Arbeit zugrundeliegenden Interessen - oder nach den Interessen, denen die Arbeit dienen soll - stellen muß. Eine generelle Strukturierung der Fachdidaktik Mathematik über eine Auflistung der relevanten Fragestellungen und die Scheidung in allgemeine und spezielle Fachdidaktik als Konstruktion und Erprobung von Lehrgängen hinaus erscheint mir nicht möglich.

1.3 Die Stellung der Arbeit innerhalb der Fachdidaktik der Mathematik

In den beiden vorigen Abschnitten ergab sich folgende Struktur einer Fachdidaktik der Mathematik:

	Allgemeine Didaktik der Mathematik	Spezielle Didaktik der Mathematik
Wissenschaftstheorie/ Philosophie der Mathematik		
Fachwissenschaft Mathematik		
Psychologie des Mathematiklernens		
Erziehungswissenschaftliche Fragen beim Mathematiklernen		
Gesellschaftliche Funktion des Mathematiklernens		

Dabei sollte unter spezieller Didaktik der Mathematik die Konstruktion und Erprobung von Lehrgängen verstanden werden und noch darauf hingewiesen werden, daß die Entfernung der Kategorie "Wissenschaftstheorie ..." von der "Gesellschaftlichen Funktion..." nicht von dem inhaltlichen Zusammenhang dieser beiden Problemfelder ablenken sollte. Versucht man die vorliegende Arbeit in dem Fragenschema einer Didaktik

der Mathematik zu plazieren, so ergibt sich folgendes Bild: Die Psychologie des Mathematiklernens soll außer acht bleiben, wobei die Vernachlässigung dieses Problemfeldes deshalb vertretbar erscheint, weil sich die Arbeit auf Probleme des Sekundarschulbereichs beziehen soll, wo diese Vernachlässigung am ehesten möglich ist. Dennoch ergeben sich auch psychologisch interessante Ergebnisse über die Vorgehensweisen von Mathematik-Lehrgängen.[39] Vielmehr soll mit Hilfe von Kategorien aus der Philosophie und Geschichte der Mathematik das Verständnis der Fachwissenschaft Mathematik und ihrer Anwendung so erarbeitet werden, das wünschenswerte curriculare Vorgaben als Kategorien einer Inhaltsanalyse von Darstellungen bestimmter mathematischer Theorien in Schulbüchern fungieren können.
Mit diesem Vorgehen wird versucht, allgemeine Didaktik der Mathematik in einem begrenzten Problemfeld so weit auszuarbeiten, daß sie für eine Evaluation schon bestehender Mathematik-Lehrgänge - materialisiert in Schulbüchern - verwendbar werden. Dabei legt die Fachwissenschaft Mathematik die gezieltere Frage nach der Axiomatik nahe, während die Problematik der Anwendungen sich aus Überlegungen im Zusammenhang mit der axiomatischen Methode ergibt.[4o] Außerdem zwingt gerade die Anwendungsproblematik zu einem Nachdenken über die gesellschaftliche Funktion der Mathematik.

2. Die Fachwissenschaft Mathematik - Die Benutzung der Mathematik

2.1 Die Fachwissenschaft Mathematik - ihre philosophische Deutung

Unter Mathematikern wie auch Philosophen der Mathematik wird ziemlich allgemein akzeptiert, daß die moderne Mathematik als Wissenschaft

---

39 Muß man diese Entscheidung auch objektiv als dezisionistisch ansehen, so ist sie nicht zuletzt in der Unwissenheit des Verfassers über psychologische Fragen begründet.

4o vgl. I.2

"hinsichtlich des Inhalts - ihres Objektes - durch den Begriff Struktur und hinsichtlich der Form - ihrer Methode-durch den Begriff Axiomatik charakterisiert werden kann."[41] Nachdem Euklid in seinen "Elementen" ein erstes Beispiel der axiomatischen Methode gegeben hatte, war es David Hilbert, der explizit die axiomatische Methode zum Programm der Mathematik erhob, und damit nicht zuletzt den Grundlagenstreit in der Mathematik bis etwa zum zweiten Weltkrieg hin wenn nicht entzündete, so doch mindestens eine Position in ihm deutlich markierte.[42] Hilbert selbst beschreibt den Übergang vom inhaltlichen zum axiomatischen Denken in der Mathematik derart, daß "das inhaltliche Schließen ... durch äußeres Handeln nach Regeln ersetzt (wird), und es wird damit einerseits für die Axiome selbst, die doch auch ursprünglich naiv als Grundwahrheiten gemeint waren, die aber ... in der modernen Axiomatik bloß als Verknüpfungen von Begriffen angesehen wurden, wie ferner auch für den Logikkalkül, der ursprünglich nur eine andere Sprache sein sollte, jetzt der strenge Übergang von naiver zu formaler Behandlung vollzogen.[43] Es geht also

---

41 Löttgen, U.: Das axiomatische Denken in der Mathematik, in: MNU, 21 Bd., Heft 11 (1968), S. 369-374, hier S. 369
Die konstruktive Deutung der Mathematik - die Erlanger Schule um Paul Lorenzen - vertritt einen abweichenden Standpunkt, soll aber hier nicht berücksichtigt werden, nicht zuletzt wegen der Tatsache, daß mir allenfalls sporadische Folgerungen für die Didaktik der Mathematik aus dieser Deutung heraus bekannt sind.

42 Eine ausführliche Darstellung der Positionen in Grundlagenstreit findet sich etwa in: Körner, Stefan, Philosophie der Mathematik, München (Nymphenburger) 1968, kürzer dazu: Stegmüller, Wolfgang, Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie, Stuttgart (Kröner), 4. Aufl. 1969, in Kap. X und XI.

43 Hilbert, David, Über das Unendliche, hier zitiert nach: Anhang VIII von: ders., Die Grundlagen der Geometrie, 7. Aufl.1930, Leipzig - Berlin, S. 283

um die Formulierung einiger Grundbegriffe und Grundsätze mit nachfolgender Herleitung der Theorie aus diesen ersten Prämissen nach formalen Deduktionsregeln. Die Grundbegriffe werden dabei losgelöst von ihrer ursprünglichen Bedeutung verstanden, nur die durch die Prämissen gesetzten Verknüpfungen bestimmen zusammen mit den zugelassenen Ableitungsregeln den Sinn der Begriffe (implizite Definition). Eine sehr knappe, aber klare Bestimmung dessen, was in diesem Sinne unter Mathematik zu verstehen sei, gibt Haskell B. Curry, wenn er definiert: "Mathematics is the schience of formal systems", nachdem er diese "formal systems" durch einen "primitve frame" bestimmt hat, zu dem er fordert: "first, a set of objects, which I shall call terms; second, a set of propositions, which I shall call elementary propositions, concerning these terms; and third, which of these elementary propositions are true. ... Thus the primitive frame does not say what the terms ultimately are, but gives simply a list of primitive terms together with the operations and rules according to which all further terms are to be constructed. ... We have a set of axioms, which are true immediately by definition, together with rules of procedure for driving all others."[44] Schon Carnap zieht im Gefolge Hilberts die Konsequenz, daß die Wahl der Grundsätze und Schlußregeln völlig frei und willkürlich getroffen werden kann, "aus dieser Wahl ergibt sich dann, welche Beziehung die vorkommenden logischen Grundzeichen haben.[45] Bei Hilbert wie bei Carnap findet sich eine wohlbekannte Einschränkung: Die auf diese Weise bestimmte Struktur sollte widerspruchsfrei sein, d.h. aus den Prämissen und Ableitungs-

---

44 Curry, Haskell B., Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics, Amsterdam-London (North-Holland Publ. Comp.) 1951, zitiert nach der 3. Aufl. 197o., S. 56 und 11.

45 Carnap, Rudolf, Logische Syntax der Sprache, Wien (Springer) 1934, 2. Aufl. Wien 1968, aus dem Vorwort zur 1. Aufl., S. V.

regeln sollte nicht eine Aussage und ihre logische Verneinung herleitbar sein;[46] oder mit den Begriffen Currys: es sollte unmöglich sein, Propositionen und ihre logische Verneinung als wahr herzuleiten.
Die oben beschriebene Lösung von der konkreten Bedeutung der in einer axiomatischen Theorie verwendeten Begriffe hat nun eine auf den ersten Blick paradoxe Folge: die axiomatische Theorie kann als Beschreibung völlig verschiedener Sachverhalte aufgefaßt werden, wenn diese Sachverhalte nur die in den Axiomen fixierte Struktur tragen. Die Lösung von einer bestimmten Bedeutung kann dazu führen, daß der Theorie viele Bedeutungen zugeschrieben werden können.
Ein vielzitiertes Beispiel ist hier die Gruppentheorie, mit deren Hilfe sich auf den ersten Blick so verschiedene Bereiche wie die Arithmetik der ganzen Zahlen und wesentliche Eigenschaften der Geometrie der Ebene adäquat darstellen lassen.
Die ganzen Zahlen zusammen mit der in der üblichen Weise verstandenen Addition werden hier als "Modell" (man könnte sagen: als Beispiel) für die in der abstrakten Gruppentheorie axiomatisch definierten Eigenschaften verstanden, wobei dann jeder wahre Satz der abstrakten Gruppentheorie, der nur Eigenschaften von Gruppen benutzt, die auch den ganzen Zahlen und ihrer Addition eigen sind, durch "Interpretation" der "Terms" und wahren "Propositions" im Rahmen der ganzen Zahlen in eine wahre Aussage über die Addition der ganzen Zahlen übergeht.[47]

---

46 Technisch gesprochen geht es hier also um die syntaktische Widerspruchsfreiheit im Gegensatz zur semantischen, die erst im Rahmen der Modelltheorie formulierbar wird. Vgl. dazu weiter unten.

47 Für den Zusammenhang vgl.: z.B. Hermes, Hans, Einführung in die mathematische Logik, Stuttgart (Teubner) 1963, vor allem § 3 und 4 in Kapitel I und technischer Kapitel III, "Semantik der Prädikatenlogik".

Von besonderem Interesse sind dabei nun die Axiomensysteme, die mehrere, wesentlich verschiedene Deutungen zulassen, wo also mindestens zwei in entscheidenden Punkten differierende Modelle angegeben werden können. Dabei sollen zwei Modelle genau dann als wesentlich gleich angesehen werden, technisch gesprochen: "isomorph" sein, wenn es zwischen den die Struktur tragenden Mengen M_1 und M_2 eine ein-eindeutige Abbildung[48] gibt, die mit den Strukturen auf M_1 und M_2 verträglich ist.

Wenn zum Beispiel M_1 die Menge der reellen, positiven Zahlen ist und M_2 die Menge der reellen Zahlen, wir auf M_1 die übliche Multiplikation und auf M_2 die übliche Addition betrachten, so ist die Funktion

$$f: M_1 \longrightarrow M_2$$

mit $f(b) = \log(b)$ - gemeint ist der "Logarithmus" zur Basis 10 - eine ein-eindeutige Abbildung der positiven reellen Zahlen auf die reellen Zahlen, wobei außerdem gilt:

$$f(cd) = f(c) + f(d) \ ,^{49}$$

das heißt, die Multiplikation in M_1 - hier c mal d "entspricht" der Addition in M_2 - hier $f(c) + f(d)$. Die beiden Mengen sind also bezüglich der beiden von uns betrachteten Strukturen "isomorph", also nicht wesentlich verschieden.[50]

---

[48] Jedem Element der Menge M_1 wird genau ein Element der Menge M_2 zugeordnet und jedes Element der Menge M_2 wird dabei "getroffen", d.h. zu jedem Element a der Menge M_2 gibt es genau ein Element b aus M_1 mit: a ist b zugeordnet.

[49] Hier ist nur der bekannte Satz ausgesprochen, der zum Beispiel beim Rechenstab ausgenutzt wird, indem die Multiplikation auf die Addition der entsprechenden Logarithmen zurückgeführt wird.

[50] In der Tat haben wir es mit zwei isomorphen unendlichen abelschen Gruppen zu tun, womit dieser Typ allerdings noch nicht eindeutig charakterisiert ist.

Das Interesse an axiomatischen Strukturen beruht gerade in den Fällen "polymorpher" Axiomensysteme, d.h. solcher Theorien, die mindestens zwei nicht-isomorphe Modelle haben[51], darauf, daß man durch Entwicklung der axiomatischen Theorie gleichzeitig die Theorie aller Modelle voranbringt. Entsprechend haben gerade in letzter Zeit polymorphe Axiomensysteme an Bedeutung gewonnen.

Wenn man auch bis hierhin von einer Einigkeit unter den Mathematikern - und Vertretern der formalen Logik - ausgehen kann, so scheiden sich die Geister an der philosophischen - genauer erkenntnistheoretischen und wissenschaftstheoretischen - Deutung axiomatischer Strukturen. Scheinbar der unproblematischste Standpunkt ist der, wie er auch von Curry vertreten wird; indem die Mathematik als Wissenschaft von den formalen Systemen verstanden wird und solange sie sich mit Fragen "having to do with one formal system or several or with formal systems in general" beschäftigt, "in so far as their criteria of truth depend on formal considerations alone, and not on extraneous matters", ist sie "compatible with practically any sort of philosophy."[52] Hier wird die Frage nach dem wissenschaftstheoretischen Verständnis der Mathematik einfach als beliebig beantwortbar behauptet.

So verlockend diese Lösung auch ist, so reicht sie nicht aus, die Tatsache der Anwendung von axiomatischen Theorien in empirischen Wissenschaften zu verstehen, andererseits ist es aber gerade die Anwendbarkeit der Mathematik, die neben der Widerspruchsfreiheit und

---

51 Löttgen, U., a.a.O. gibt z.B. für die sog. ebene affine Inzidenzgeometrie ein endliches und ein unendliches Modell an.

52 Curry, Haskell B., Outlines ..., a.a.O., S. 56 bzw. 58. Schon Carnap vertrat diesen Standpunkt, vgl. etwa ders., Logische Syntax der Sprache, a.a.O.

Schönheit als Rechtfertigung für eine Beschäftigung mit Mathematik angegeben wird[53]. Gerade mit den Anwendungen stellt sich das Problem des wissenschaftstheoretischen Status der Mathematik in aller Klarheit. Meiner Meinung nach gibt es nun im Wesentlichen zwei verschiedene Versuche, die Tatsache der Anwendbarkeit der Mathematik zu erklären. Beide Erklärungen stellen unterschiedliche philosophische Deutungen der Mathematik dar, die im Folgenden kurz dargestellt werden sollen:

Zum einen wird die Mathematik als Produkt des menschlichen Geistes verstanden, das unabhängig von der materiellen Welt entstand. Die Strukturen der Mathematik stammen aus den Köpfen der Menschen, die mit Hilfe dieser Strukturen die materielle Realität erfassen - oder gar erst erfaßbar machen. Vorstellungen wie die freie Wählbarkeit der Axiome passen natürlich vorzüglich in diese Auffassung der Mathematik, der eine gewisse Verwandschaft mit Kantischen Ideen anzumerken ist und die ich für die folgenden Erörterungen kurz - und vereinfachend - die "idealistische Deutung der Mathematik" nennen werde.

53
Mit Kambartel, Friedrich in "Mathematics and the Concept of Theory" in Proc. of the 1964 International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Amsterdam 1965, S. 211 bin ich nämlich der Meinung, daß die Heytingsche Rechtfertigung mathematischer Tätigkeiten - Zitat folgt - nicht befriedigt - weder philosophisch noch für eine Beschäftigung mit Mathematik im Unterricht.

Heyting, A., Intuitionism - an Introduction, Amsterdam 1966(2.Aufl.) stellte auf S. lo fest : "....is usefulness ... the only measure of value? It is easy to mention a score of valuable activities which in no way support science, such as arts, sports, and light entertainment. We claim for intuitionism a value of this sort, ..." Der Intuitionismus soll dabei das adäquate Verständnis der Mathematik darstellen.
Für einen Kommentar zu diesen Rechtfertigungen vgl.

Robinson, Abraham, Formalism '64, in den gleichen Proceedings wie o.g., vor allem S. 234 f.

Dem entgegen steht die "materialistische" Auffassung von der Mathematik, die davon ausgeht, daß "the axioms of any interesting branch of mathematics were originally abstracted more or less directly from empirical facts, and the rules of inference used in it have originally manifested their universal validity in our actual thinking practice."[54] Diese Deutung steht offensichtlich materialistischen, spezieller marxistischen Philosophien näher[55] und betrachtet die axiomatischen Theorien als Endprodukte eines Abstraktionsprozesses, der von der Analyse von Regelmäßigkeiten in empirischen Fakten über die Konstruktion idealisierter Begriffe und der Analyse der Zusammenhänge zwischen ihnen bis zur axiomatischen Methode führte.
Die dargestellte Abgrenzung der beiden Philosophien der Mathematik ist ohne Zweifel etwas holzschnittartig-grob, doch glaube ich, vorliegende Philosophien der Mathematik so einigermaßen adäquat kennzeichnen zu können. Im Rahmen der idealistischen Philosophie der Mathematik wird auch verständlich, warum zum Beispiel die meisten Darstellungen der Geschichte der Mathematik nur über die Entwicklungen der mathematischen Theorie berichten, nicht aber über die nach der materialistischen Auffassung zugrundeliegenden gesellschaftlichen, ökonomischen oder kulturellen Entwicklungen.[56] Auch viele Mathematiker, die sich um eine philosophische Deutung der Mathematik bemühen - oder dazu zum Beispiel während des Grundlagenstreites durch Thesen der "Gegenseite"

---

54 Kalmár, László, Foundations of Mathematics - Wither Now? in: Lakatos, Imre (ed.), Problems in the Philosophy of Mathematics, Proc. of the Int. Coll. in the Philosophy of Science, London 1965, vol. 1, S. 187-207, hier S. 192

55 vgl. hierzu etwa: Asser, Günter, Zum Verhältnis von Mathematik und objektiver Realität, in DZfPh, 2 (1965), S. 173-176, oder: Schröter, Karl, Die Tragweite und die Grenzen der axiomatischen Methode, in: DZfPh, 4 (1957), pp. 476-488

56 vgl. II, 2.2.

veranlaßt wurden - , neigen eher zu einer "idealistischen" Auffassung ihrer Wissenschaft. Wenn für sie auch die Frage der Anwendungen immer wieder eine große Rolle spielt,[57] so scheinen sie für die Erarbeitung der mathematischen Theorie nebensächlich zu sein.

Am deutlichsten ist dieser Standpunkt bei den Intuitionisten, die in expliziter Anlehnung an Immanuel Kant[58] zwar dessen These aufgeben, die euklidische Geometrie sei a priori vorgegeben - dies ist nicht zuletzt wegen der Entdeckung der nicht-euklidischen Geometrien nötig - , sie halten aber um so resoluter an der Apriorizität der Zeit fest und sehen im "Auseinanderfallen von Lebensmomenten" das fundamentale Phänomen, daß der menschliche Intellekt durch Abstraktion von seinem emotionalen Gehalt in die einfache Zweiheit überführt und so das mathematische Denken begründet.[59]
Der große Gegenspieler Brouwers im Grundlagenstreit - und Begründer der modernen axiomatischen Methode - , David Hilbert lehnt sogar explizit die Herkunft mathematischer Theorien aus der Erfahrung, aus dem Experiment heraus ab. Vor allem der Begriff des Unendlichen

---

57 Hilbert fordert in einem Vortrag vor dem Internationalen Mathematiker-Kongreß 1928 in Bologna:" ... gedenken wir auch der Anwendungen: es sind nicht die schlechtesten Früchte, die die Forschung auf dem Felde der Anwendung erntet". in: Hilbert, David, Probleme der Grundlegung der Mathematik, Anhang X in: ders., Grundlagen der Geometrie, 7. Aufl. 1930, S. 314

58 So etwa Brouwer, L.E.J., Intuitionism and Formalism, in: Bull.Amer. Math. Soc., Bd. 20 (1913), S. 83ff

59 Man vergleiche hier vor allem die Aufsätze von Brouwer, L.E.J.: Intuitionism and Formalism, a.a.O., sowie ders., Über die Bedeutung des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten in der Mathematik, insbesondere in der Funktionentheorie, Journ.f.reine u. angew. Math., Bd.154 (1925), S. 1f, ders., Historical Background, Principles and Methods of Intuitionism, in: South African Journal of Science, Johannisburg, 1952, Oct.-Nov., S. 139-146

scheint ihm nicht aus der Erfahrung gewinnbar.[60] Auch er beruft sich direkt auf Kant[61] und sieht es als für die Mathematik charakteristisch an, "jede mathematische Aussage zu einer konkret aufweisbaren Formel (zu machen)". Dabei wird vermieden, "inhaltliche Axiome als Ausgangspunkte und Grundlagen für die Beweise (zu) benutzen", man verfährt "vielmehr nach ganz bestimmten aufstellbaren Regeln ... - zugleich die Gewähr für die absolute Gewißheit seines (unseres Verstandes, Anm. R.S.) Urteilens."[62]

In einer moderneren Fassung liest sich diese Aussage dann so: "Die moderne Mathematik versteht sich ... als eine axiomatische Wissenschaft, die mangels ontologischer Substanz ihrer Objekte und Grundbeziehungen jedes Band mit der Wirklichkeit radikal zerschnitten hat. Auf dieser Scheidung von der Wirklichkeit die immer zufällig und wandelbar ist, beruht ihre Sicherheit.[63] Gerhard Frey drückt dieselbe Aussage philosophischer aus, wenn er festhält: "Wir können ... den ontologischen Charakter der abstrakten Mathematik in bezug auf seine Anwendung auf die Erfahrungswirklichkeit beschreiben durch inhalts-

---

60
Schon 1904 widerlegte er den "Empiristen" Helmholtz mit dem Argument, "daß aus der Erfahrung, d.h. durch das Experiment, niemals die Existenz einer beliebig großen Zahl entnommen werden kann." Hilbert, David, Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik, abgedruckt in: ders., Grundlagen der Geometrie, 7. Aufl. 1930, Leipzig-Berlin, Anhang VII, Zitat auf Seite 248 dort.

61
vgl. ders., in Anhang IX der "Grundlagen der Geometrie", a.a.O. S. 275

62
Beide Zitate aus: Probleme der Grundlegung der Mathematik, Anhang X in: Grundlagen der Geometrie, Leipzig - Berlin, 7. Aufl. 1930, dort S. 315 und S. 323.

63
Heuser, Harro, Das Selbstverständnis der modernen Mathematik, in IBM-Nachrichten Nr. 209, S. 13-18, hier S. 17.

leere, formale Spiele; was die abstrakten Kalküle als reine Konstruktionen des menschlichen Geistes enthüllt.[64] (Im Original sind einige Abschnitte kursiv gedruckt, Anm. R.S.)

Allerding läßt die idealistische Deutung der Mathematik die Ausgangsfrage nach einer Erklärung der Anwendbarkeit der Mathematik offen. Wenn nämlich die mathematischen Strukturen Schöpfungen des reinen Geistes sind, so ist zunächst unverständlich, warum man mit ihnen konkrete, von diesem Geiste unabhängige Probleme darstellen und zum Teil auch lösen kann. Idealistischen Positionen zuneigende Denker bieten hier die Lösung an, man könne eben Zuordnungsregeln zwischen den Konstanten, Relationen und dergleichen der mathematischen Theorie und etwa materiellen Gegenständen und Verhältnissen angeben. Es stelle sich dann nur die Frage nach der Adäquatheit dieser Zuordnungsregeln.[65] Leider bleibt bei diesem Vorschlag unverstanden, warum adäquate Zuordnungen überhaupt möglich sind, will man nicht den unbefriedigenden Weg gehen, das als ein "Wunder" zu bezeichnen.[66] Geht man jedoch vom "materialistischen" Standpunkt aus, so ist die Anwendungsfähigkeit der Mathematik zunächst deshalb nicht verwunderlich, weil die Mathematik ja gerade zum Zwecke der Anwendung gemacht worden ist. Die Frage nach einem adäquaten Verständnis der Anwendungen soll jedoch in einem gesonderten eher historisch orientierten Abschnitt behandelt werden, nicht zuletzt um dabei ein Kategorienschema zu Charakterisierung der Anwendungstypen mit zu erarbeiten.

---

64 Frey, Gerhard, Die Mathematisierung unserer Welt, Stuttgart (Kohlhammer) 1967, S. 4of

65 vgl. für diese Lösung etwa: Carnap, Rudolf, Logische Syntax der Sprache, S. 68ff., wie auch Curry, Haskell B., Outlines..., a.a.O. S. 59ff

66 Für diese "Lösung" vgl. Hasse, H., Mathematik als Geisteswissenschaft u. Denkmittel der exakten Naturwissenschaften, in: Studium Generale, Heft 7 6. Jg. (1953), S. 392-398, genauer: S. 395

2.2 Mathematik und ihre Nutzung

Wenn man die Anwendbarkeit der Mathematik erklären will, bietet sich also als einfachste Lösung die materialistische Deutung der Mathematik an, in der die Mathematik ohnehin zum Zwecke der Lösung konkreter Probleme entwickelt wurde; die Anwendbarkeit der Mathematik wäre also der Entstehungsgrund dieser Wissenschaft. Ihr heutiger Zustand, ihre Abstraktheit und Formulierung als axiomatische Theorie wäre dann als momentaner Entwicklungszustand einer historischen Entwicklung begreifbar, ja könnte ein Zufall sein. Im Rahmen dieses Abschnitts soll versucht werden, aus der Geschichte der Mathematik heraus Hinweise für ein adäquates Verständnis der Anwendbarkeit der Mathematik und damit gleichzeitig Kategorien zu einer Klassifizierung der Anwendungen der Mathematik zu gewinnen. Leider neigen allerdings viele Mathematikhistoriker zu einem idealistischen Verständnis der Mathematik, stellen also die Entwicklung der Mathematik als sich selbst bewegenden Prozeß dar, ohne auf Anwendungen einzugehen. Zu einem Verständnis der Anwendungen werden also an einigen Stellen auch andere Quellen als Darstellungen der Mathematikgeschichte herangezogen.

Schon ein Blick auf die "alte" Geschichte der Mathematik führt sowohl die rein idealistische wie die schlicht materialistische Deutung der Anwendbarkeit von Mathematik ad absurdum: Während sich die Mathematikhistoriker nämlich bei der Beurteilung der Mathematik Ägyptens und Babyloniens vor der Blütezeit der griechischen Mathematik relativ einig sind, daß sie "sich niemals von dem jahrtausendelangen Einfluß der technischen und Verwaltungsprobleme freigemacht zu haben (scheint), zu deren Lösung sie geschaffen worden war"[67], zeigt schon

---

67 Struik, Dirk J., Abriß der Geschichte der Mathematik, 5. erw. Aufl. Berlin 1972, S. 41. Lizenzausgabe für die BRD (allerdings nach der 4. Aufl.): Braunschweig 1967, zitiert hier nach der 5. Aufl., Berlin 72

die klassische griechische Mathematik die Unmöglichkeit, Mathematik allein aus den Anwendungen heraus zu verstehen. Die Entwicklung der Mathematik im alten Griechenland läuft "mehr im Geiste des Verstehens als in dem der Nützlichkeit"[68] ab, das Schwergewicht dieser Mathematik liegt eben nicht auf dem Versuch, materielle Probleme einer Lösung zuzuführen, philosophische Überlegungen spielen neben innermathematischen Problemen eine große Rolle.[69]

Es kann also schon an dieser Stelle festgehalten werden, daß es weder sinnvoll erscheint, die Anwendbarkeit der Mathematik für einen Zufall, ein Wunder zu halten, das sich als erfreuliche Zugabe zu der Tätigkeit des "reinen" Mathematikers einstellt, noch kann man zur Erklärung der Anwendbarkeit der Mathematik davon ausgehen, daß alle Teilgebiete oder formalen Theorien der Mathematik von vorneherein im Blick auf Anwendungen hin konzipiert worden sind. Auch die Entwicklung "reiner", vordergründig nicht an der Interpretation formaler Systeme interessierter Mathematik bedarf einer Erklärung.
An dieser Stelle sollte aber noch betont werden, daß nicht nur in grauer Vorzeit mathematische Theorien zur Bewältigung konkreter Situationen erarbeitet wurden. Als Beispiel aus neuerer Zeit können die Anfänge der Wahrscheinlichkeitstheorie im 17. Jahrhundert genannt werden, die zwar von den meisten Mathematikhistorikern als

---

68
Struik, D.J., Abriß ..., a.a.O., S. 50

69
Man denke an die Geometrisierung der griechischen Mathematik nach der Entdeckung der Irrationalzahlen, die nicht zuletzt auf die philosophisch motivierte Ablehnung solcher Zahlen durch die Pythagoräer zurückzuführen ist.

Antwort auf die Probleme eines gewohnheitsmäßigen Spielers verstanden werden[70], deren Entwicklung man aber getrost der zunehmenden ökonomischen Bedeutung des Versicherungswesens wie auch der Bevölkerungsstatistik zuschreiben darf[71], wenn auch die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung selbst schon die sichere Beherrschung der Grundrechenarten voraussetzte. Auch die Theorie endlicher Automaten als Antwort auf die Probleme des Computerbaus wie die Theorie der Distributionen als Analysehilfe für Verteilungsprobleme erlektrischer Ladungen im Raum[72] zeigen dieselbe zeitliche Abfolge: ein außermathematisches Problem ist Anlaß zur Formulierung mathematischer Theorie.

Umgekehrt kommt bei forgeschrittenem Forschungsstand innerhalb der Mathematik immer öfter der Fall vor, daß eine schon bestehende mathematische Theorie sich als nützlich zur Bewältigung neu auftauchender Probleme erweist. Oftmals wirkt sich diese Nützlichkeit wiederum stimulierend auf die Fortentwicklung der Theorie aus, wie sich etwa an der Entwicklung der Arithmetik im christlichen Europa etwa seit dem 12. Jahrhundert ablesen läßt.

70
als Beispiel vgl. Eves, Howard: An Introduction to the History of Mathematics, New York - Chicago u.a. (Holt, Rinehart and Winston) 3. Aufl. 1969, S. 262 f.

71
Struik, a.a.O., S. 116 sowie auch:
Cantor, Moritz: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Leipzig 1900 - 1908, 4 Bde., Reprint: Stuttgart (Teubner) 1965, hier: Bd. II, S. 754 ff
Für die Entwicklung der Versicherungen vgl. auch: Cambridge Economic History of Europe (abgekürzt: CEHE), Bd. III, S. 99 f. Genauer Nachweis vgl. Literaturverzeichnis.

72
Berz , Edgar: Verallgemeinerte Funktionen und Operatoren, Mannheim 1967 weist auf diesen Zusammenhang in der Einleitung hin.

2.21 Exkurs: Arithmetik und Handel im Mittelalterlichen Europa

Der obengenannte Zusammenhang ist in der Mathematikgeschichte selten thematisiert. Eine ausführliche Diskussion erscheint mir deshalb als sinnvoll. Dazu will ich zunächst kurz die Entwicklung des Handels seit 1000 n. Chr. skizzieren: In der Cambridge Economic History of Europe[73] stellt sich diese Entwicklung in groben Zügen wie folgt dar: Nach den "dark Ages" vor der Jahrtausendwende nimmt der Handel bis etwa zur Mitte des 14. Jahrhunderts kontinuierlich zu.[74] Das Zentrum des Handels in Nordeuropa wandert in diesem Zeitraum von der Champagne über Flandern nach dem heutigen Deutschland, wo die Hanse einen gewissen Schlußpunkt der Entwicklung markiert[75], während im genannten Zeitraum die italienischen Handelsstädte die dominante Rolle im gesamten europäischen Handel wie im Handel des Mittelmeerraumes - neben den Arabern - spielen.[76]

Das 14. und 15. Jahrhundert sieht dann im Nordeuropäischen Raum eine Handelsdepression, während zu dieser Zeit Italien immer noch die Vorherrschaft im europäischen Handel hat,[77] seine eigentlich Blütezeit aber - wie auch Nordeuropa eher zu Beginn des 14. Jahrhunderts gesehen

---

73 Für das Folgende vgl.:
Economic History of Europe, Band II: Cambridge 1952, Band III: Cambridge 1965. Daneben auch: Dobb, Maurice, Entwicklung des Kapitalismus,Köln-Berlin 1970, Bernal, John Desmond, Wissenschaft - Science in History, 4 Bde., Reinbeck bei Hamburg 1970,vor allem Band 1 u. 2.

74 CEHE: Band II, S. 159

75 CEHE: Bd. II, S. 174ff

76 Für den Handel in Südeuropa, vgl. CEHE: Bd. II, S. 257ff, beachte speziell dort S. 351.

77 CEHE: Bd. III, S. 70ff

hat. Das 15. Jahrhundert mit dem Fall Konstantinopels und damit verbundenen Schwierigkeiten im Levante-Handel wie die Entdeckung der Neuen Welt am Jahrhundertende bringt diese Phase europäischen Handels zu einem Ende, während um diese Zeit die Niederländer wie die Engländer langsam eine größere Bedeutung im Handel Europas gewinnen. Selbst für die Wirtschaftshistoriker spielt nun in dieser Entwicklung die Mathematik - spezieller die Arithmetik - eine gewisse Rolle: "The conduct of medieval business certainly presupposed a fairly high degree of education. ... The surviving business records prove conclusively that ... merchants ... knew how to write letters, how to make difficult computations and how to keep books."[78] Andererseits weisen die Mathematikhistoriker Eves und Smith auf die große Zahl von "commercial arithmetic" - büchern hin, die vor dem 17. Jahrhundert erschienen sind und die Eves als "interested in preparing boys for commercial carreers"[79] charakterisiert. Struik, getreu einer eher materialistischen Geschichtsauffassung, will die Entwicklung der Arithmetik von vorneherein in einem direkten Zusammenhang mit der "Rechenhaftigkeit" der Kaufleute gesehen haben und stellt noch die mathematische Bedeutung der Rechenmeister heraus.[80] Dabei hatte sich die Mathematik von einem relativen Stillstand im

---

78
CEHE: Bd. III, S. 90

79
Eves, Howard: An Introduction to the History of Mathematics, 1. Aufl. 1953, 3. Aufl. New York-Chicago (Holt, Rinehart and Winston) 1969, speziell S. 214; und: Smith, David Eugene: History of Mathematics, 2. Bde., Boston 1923/1925, Dover Reprint 1958, zitiert nach letzterer Ausgabe, dort: Bd. 1, S. 245, S. 248ff

80
Struik, Dirk J.: Abriß der Geschichte der Mathematik, a.a.O., S. 95

Mittelalter - so die übereinstimmende Meinung der Mathematikhistoriker[81] erst im 11. Jahrhundert erholt, indem man die griechischen Klassiker übersetzte.[82] Der zunehmende Kontakt mit der arabischen Wissenschaft - nicht zuletzt durch den wiederbelebten Handel gefördert - scheint dann den für die Arithmetik entscheidenden Anstoß zu bringen. Leonardo von Pisa, selbst Kaufmann, lernte auf seinen Handelsreisen die Mathematik der Araber kennen und veröffentlichte das "Liber abaci"[83], welches - neben anderen Werken von dem auch Fibonacci genannten Leonardo - in seiner Bedeutung lange Zeit unerreicht bleibt[84]. Das 14. Jahrhundert wird wieder als Periode langsamer Entwicklung geschildert[85], während im 15. und 16. Jahrhundert - neben Themen aus der Geometrie und Indivisiblenlehre - die Arithmetik bis hin zu Entwicklungen in der Gleichungslehre Beachtung findet.

---

81 vgl. hierzu: Eves, a.a.O., S. 2o6f, Struik, a.a.O., S. 89ff, selbst Bourbaki, Nicolas, Eléments d' histoire des mathématiques, Paris (Hermann) 196o, wenn er ohne Kommentar von der Entwicklung der Infinitesimalrechnung bei den Griechen zu der des 12. Jahrhunderts übergeht., dort S. 182.

82 vgl. z.B. Eves, a.a.O., der diese Zeit als "a century of translaters" charakterisiert, S. 2o8.

83 Leider ist mir keine leicht zugängliche Fassung dieses Buches - sei es in Englisch, Französisch, Deutsch, Italienisch oder Lateinisch bekannt. Als Erscheinungsdatum wird 12o2 angegeben. Die wohl ausführlichste - wenn auch an der "reinen" Mathematik orientierte - Darstellung findet sich in: Cantor, Moritz, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, 4 Bde., Leipzig 19oo bis 19o4, Bd. II, S. 5 ff.

84 Boyer, Carl Benjamin, The History of the Calculus and its conceptual development, New York 1959, (ältere Aufl. unter anderem Titel 1949), S. 64 stellt fest: "This (das Liber abaci, Anm. R.S.) ... was not followed by a comparable work for almost 3oo years". Vergleichbare Aussagen bei: Eves, a.a.O., S. 2o9: "Fibonacci, the most talented mathematician of the Middle Ages", analog Smith, a.a.O., Bd.I, S. 214

85 Eves, a.a.O., S. 211, "The 14th century was a mathematical barren one."

Die Zentren mathematischer Tätigkeit liegen nun bezeichnenderweise gerade in den Brennpunkten des Handels. Ebenso wie Leonardo von Pisa ist der durch seine "Suma de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita" bekannte Luca Pacioli[86] in der Haupt-Handelsmacht Italien beheimatet. Dort finden auch die Entwicklungen in der Gleichungslehre im 16. Jahrhundert statt[87]. Mit Ausnahme vielleicht von England - wo im Zusammenhang mit scholastischen Spekulationen die Mathematik einige Förderer hatte, stammten alle Mathematiker aus den Handelszentren oder wirkten dort[88]. Auch das "Liber abaci" selbst trägt deutlich Spuren seiner Anwendungsorientiertheit. Smith gibt als (verkürzte) Kapitelüberschriften unter anderem an: 8. Prices of goods; 9. Barter; lo. Partnership;[89]. Auch aus der extensiveren Darstellung bei Cantor geht die Orientierung des Buches auf die rechnerischen Bedürfnisse des Handels hervor.

---

86 Eves bemerkt, daß "much information regarding Italian commercial customs of the time may be gleaned from the problems of this book.", a.a.O., S. 214, weitere Charakterisierungen in Boyer, a.a.O., S.64 und Struik, a.a.O., S. 96. Selbst die CEHE, Bd. III, S. 93 erwähnt dieses Buch.

87 vgl. etwa: Struik, a.a.O., S. 96ff.

88 vgl. die Aussage von Eves, a.a.O. S. 211f: "Mathematical activity was largely centered in the Italian cities and the central European cities of Nuremberg, Vienna, and Prague, ... Thus mathematics flourished principally in the growing mercantile cities under the influence of trade, navigation, astronomy, and surveying."

89 Smith, History ..., a.a.O.,P.216, Bd.I, dort findet sich als weitere Kapitelüberschriften: 1.reading and writing of numbers in the hindu-arabic system; 2. multiplication of Integers; 3. addition of Integers; 4.subtraction of Integers; 5.division of Integers; 6.multiplication of Integers by fractions; 7.further work with fractions; 11.alligation; 12.solution of problems; 13.rule of the False Position; 14.square and cube roots;15.geometry and algebra,the former being devoted to problems of mensuration. Cantor,Moritz,a.a.O.S.7ff,gibt die deutsche Übersetzung der vollständigen Kapitelüberschriften.Eine zu Smith vergleichbare Inhaltsangabe findet sich auch in:Carpinski, L.C., A History of Arithmetic, Chicago 1925, S. 14of.

Man kann also abschließend festhalten, daß die Entwicklung der Arithmetik seit dem 11. Jahrhundert die mathematische Antwort auf die Probleme des komplexer werdenden Handels und der damit verbundenen Probleme des Zählens, Rechnens und Messens war.

2.2. Fortsetzung: Mathematik und ihre Nutzung

Für den systematischen Zusammenhang bleibt hervorzuheben, daß eine schon vorhandene mathematische Theorie - nämlich die Arithmetik der Araber, zum Teil sogar der Inder wenn man an das Stellenwertsystem denkt - unter den Anforderungen des Handels rezipiert und fortentwickelt wird.

Die Benutzung der Theorie Boolescher Algebren zu Zwecken der Vereinfachung von elektrischen Schaltungen zeigt denselben zeitlichen Verlauf: In der Mitte des 19. Jahrhunderts entwickelt George Boole in den "Laws of Thought" seinen Kalkül, der sich dann fast ein Jahrhundert später als sehr effektiv für die Vereinfachung von Schaltungen herausstellte[9o].

Bisher ging es also einerseits um die mathematische Formulierung eines Sachverhalts, der noch nicht durch eine formale Theorie dargestellt wird, anders ausgedrückt um die Erstellung eines formalen Aussagensystems zu einem gegebenen Modell, um einen Abstraktionsprozeß. Hier kann nur in einem übertragenen Sinne von Anwendung gesprochen werden. Andererseits ist von einer Anwendung schon vorhandener formaler Theorien auf neue Sachverhalte zu reden, technischer formuliert: Die Entdeckung einer neuen Interpretation (eines neuen Modells) für eine schon vorhandene Theorie steht in Rede.

9o Eine interessante - wenn auch persönlich gefärbte - Darstellung der Entdeckung dieser Anwendungsmöglichkeit findet sich in: Zuse, Konrad, Der Computer, mein Lebenswerk, München 197o, S. 68ff

Zur Charakterisierung einer Anwendung der Mathematik ist also einerseits anzugeben, ob die formale Theorie zur Problemlösung erst entwickelt wird oder ob sich zu einer vorhandenen Theorie neue Anwendungsbereiche ergeben, zum zweiten aber ist der Bereich zu spezifizieren, in dem die mathematische Theorie angewandt wird. Aus den bisher angeführten Nutzungen von Mathematik lassen sich bereits grob drei Bereiche angeben: einmal die Anwendung (bzw. Formulierung) einer Theorie im kaufmännischen Bereich (Arithmetik im Mittelalter und Wahrscheinlichkeitstheorie im 16./17. Jahrhundert), zweitens Anwendungen im Bereich der Technologie (Boolesche Algebren und Theorie endlicher Automaten im 2o. Jahrhundert), zum dritten die Anwendung direkt in einer anderen Wissenschaft als der Mathematik (Distributionen als Hilfsmittel der theoretischen Physik). Es erscheint mir dabei sinnvoll, die Anwendungen innerhalb der Mathematik selbst zusammen mit Anwendungen in andren "Strukturwissenschaften" wie etwa formaler Logik von denen in anderen Wissenschaften gesondert aufzuführen. In den Strukturwissenschaften ist nämlich von den Wissenschaften selbst jeweils die auch für die Mathematik charakteristische "Schärfe"[91] der Begriffe erreicht, die in den anderen Wissenschaften erst erzeugt werden muß und die Anwendung erschwert. "Zuordnungsregeln" zwischen mathematischer Theorie und Theorie des Anwendungsgebietes können im Falle der Strukturwissenschaft ohne die sonst unvermeidlichen Schwierigkeiten durch Grenzfälle angegeben werden und lassen so eine einfachere Struktur der Anwendung erwarten.[92]

---

91 vgl. hierzu: Körner, Stefan: Philosophie der Mathematik, München 1968, S. 19o ff

92 vgl. in diesem Zusammenhang die Schwierigkeiten, den Modellbegriff bei Anwendung in den "non-formal"-Wissenschaften adäquat zu formulieren. Dazu etwa: Apostel, Leo: Towards the Formal Study of Models in Non-Formal Schiences, in: Freudenthal, Hans (Hrsg.): The Concept and Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences. Dodrecht (Reidel Publ. Comp.) 1961, S. 1-37, sowie: Suppes, Patrick: A comparison of the Meaning and Uses of Mod. in Math. and the Empirical Schiences, im gleichen Bd. S. 163-177

2.2.2 Exkurs: Newtons Infinitesimalrechnung und ihre gesellschafliche Funktion

Bei den wissenschaftlichen Anwendungen von Mathematik darf nun natürlich nicht vergessen werden, daß diese Wissenschaften selbst wieder anwendbar sind bzw. angewandt werden, und zwar möglicherweise in den beiden vorher genannten Bereichen (dem kaufmännischen und dem der Technologie).

Allgemein bekannt ist zum Beispiel, daß die Inifinitesimalrechnung in der Formulierung von Newton direkt zur Lösung physikalischer Probleme eingesetzt, wenn nicht gar erst entwickelt wurde[93]. Die Verknüpfung dieser Physik mit speziellen gesellschaftlichen Bedürfnissen wird von B. Hessen[94] anaylsiert, der drei gesellschaftliche Bereiche angibt, deren Anforderungen die Thematik der Physik vor und zu Lebzeiten Newtons bestimmten: Handelswege und Transportmittel, die Industrie und der militärische Bereich[95]. Alle von ihm aus diesen Bereichen angegebenen Erfordernisse sind nun "purely problems of mechanics"[96], gerade dieser Wissenschaftszweig aber wird entwickelt, sodaß Hessen zu dem Schluß kommt, daß "the scheme of physics was mainly determinded by the economic and technical tasks which the rising bourgeoisie raised to the forefront."[97]

Auch bei Newton - und speziell in dessen Hauptwerk "Principia" - stellt Hessen die Abhängigkeit der wissenschaftlichen Problemstellung von den ökonomischen Bedürfnissen seiner Zeit fest.[98]

Wenn auch die direkte Zuordnung der Physik dieser Epoche zu den gerade von Hessen analysierten gesellschaflichen Bedürfnissen strittig

---

93 Man vgl. hierzu z.B.: Bernal: a.a.O. , Bd. 2, S. 45o ff

94 Hessen, B.: The Social and Economic Roots of Newton's 'Principia', in: Science at the Cross Roads, London (Kniga Ltd.) 1931

95 im Original: "ways and means of communication, industry, and military affairs", Hessen, B.: a.a.O., S. 7

96 Hessen,B.: a.a.O., S. 15

97 Hessen, B.: a.a.O., S. 17, auf den klassenkampferischen Aspekt der Aussage soll hier nicht eingegangen werden.

98 Hessen, B., a.a.O., S. 21 ff, zusammenfassend S. 26.

bleibt[99], so bleibt doch unangefochten die Abhängigkeit gerade auch der Newtonschen Physik - und damit auch Formulierung der Infinitesimalrechnung - von gesellschaftlichen - spezieller wirtschaftlichen[100] und technologischen - Erfordernissen.
Allgemeiner: Die Angabe des Wissenschaftszweiges, in dem eine mathematische Theorie angewandt wird, ermöglicht erst im Zusammenhang mit einer Aussage über diese Wissenschaft eine Beurteilung und Klassifizierung dieser Anwendung von Mathematik.

2.2 Fortsetzung: Mathematik und ihre Nutzung

Um die "Anwendungen" der Mathematik wenigstens grob zu typisieren haben sich bisher zwei Kriterien herauskristalisiert: Zum einen muß gefragt werden, ob es sich um eine Formalisierung einer konkreten Situation oder um eine echte Anwendung eines schon vorhandenen Formalismus handelt, zum zweiten ist eine Charakterisierung des Anwendungsgebietes (und bei primär historischem Interesse die Zeit der Anwendung) sinnvoll.

99
So nimmt etwa Merton, R.K. in "Science, Technology and Society in the 17th Century", Osiris 4,2 (1938), S. 360-632, insofern einen anderen Standpunkt ein, als er noch die Medizin, Kunst, Religion und die Suche nach der Wahrheit, a.a.O., S. 565, für die außerhalb der Wissenschaft wesentlichen Einflußfaktoren auf die Wissenschaft hält.
Die Kontroverse zwischen Borkenau und Großmann in den 30er Jahren zeigt noch eine andere Facette dieser Diskussion, vgl. Großmann, Henryk, Die gesellschaftlichen Grundlagen der mechanistischen Philosophie und die Manufaktur, Zeitschr. f. Sozialforschung 4 (1935), S. 161-231.

100
So ist die Abhängigkeit gerade auch der Entwicklung der Geometrie dieser Zeit von den im Zuge der zunehmenden Überseereisen - vgl. CEHE, IV, etwa S. 191, im ganzen: S. 155 - 222 - steigenden Anforderungen an die Navigationsfertigkeiten der Kapitäne allgemein anerkannt. vgl. hierzu: Summarisch CEHE, Bd. IV, S. 109 ff, zum Problem der Längenbestimmung auf See spezieller: CEHE, Bd. IV, S. 122; Bernal, Bd. II, S. 446 ff.

Dennoch soll mit dieser Typisierung nicht behauptet werden, es gebe nur "angewandte" Mathematik. Schon an der erwähnten griechischen Mathematik kann man eine Entwicklungslinie ablesen, wie sich "reine", primär an den innermathematischen Ableitungszusammenhängen interessierte Mathematik entwickelt: Für die Entwicklung der griechischen Mathematik war offensichtlich ein wesentlicher Bestimmungsfaktor die Tatsache der Klassenspaltung in Freie und Sklaven und die damit verbundene Verachtung der Handarbeit. Selbst so geisteswissenschaftlich orientierte Autoren wie E.J. Dijksterhuis heben den Zusammenhang von durch Sklavenarbeit ermöglichter "Muße" und mehr spekulativer Orientierung der Mathematik hervor[101]. Unabhängigkeit der Mathematik-Treibenden von den Problemen des täglichen Broterwerbs scheint die Beschäftigung mit innermathematischen Fragen wie Vollständigkeit und Abgeschlossenheit einer Theorie zu fördern.[102]

Doch schon zu Newtons Zeiten zeichnet sich eine andere Möglichkeit "reiner" Mathematik ab: Neben "Freizeit" - Mathematikern wie dem Juristen Fermat und dem Diplomaten Leibniz[103] kündigt sich in den Professoren Cavalieri, Wallis, Barrow und Newton die Entwicklung zum Nur-Mathematiker an, der im Zuge der Ablösung der Wissenschaften von

---

101
Dijksterhuis, Eduard Jan, Die Mechanisierung des Weltbildes, Berlin-Göttingen-Heidelberg (Springer) 1956, S. 84 f

102
Im gleichen systematischen Zusammenhang ist wohl auch die Beschäftigung der meist in kirchlichen Diensten stehenden Scholastiker mit der Geometrie und der Indivisiblenlehre zu sehen, wie sie für die Mathematik des Mittelalters ebenso charakteristisch ist wie die Entwicklung der Arithmetik. Man vergleiche Struik, a.a.O., S. 93f, sowie für eine "Berufsangabe" der mittelalterlichen Mathematiker auch Smith, a.a.O., Bd. I, passim.

103
Bezeichnenderweise ist dann auch die Leibnizsche Formulierung der Infinitesimalrechnung eleganter und modernem Verständnis von (reiner) Mathematik angemessener, während die Newtonsche Symbolik noch deutlich die Zeichen der Anwendungsorientierheit der Fluxionenrechnung trägt. wie ja auch die Newtonsche Symbolik heute noch vorzugsweise in der Physik verwendet wird.

den gesellschaftlichen Bedürfnissen auch die Mathematik eher als strukturelle Ästethik denn als nützliches Werkzeug der Problemlösung ansieht.

2.3 Stellung des Autors

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Mathematik als Wissenschaft im allgemeinen durch die axiomatische Methode charakterisiert wird. Dabei bleibt die Deutung polymorpher Axiomensysteme zunächst offen. Die in der Semantik entwickelten Kategorien Modell und Interpretation erlauben eine adäquate Formulierung für die Benutzung der axiomatischen Theorien zur Strukturierung reichhaltigerer formalwissenschaftlicher Probleme, d.h. von Systemen mit spezielleren Axiomen.

Bei der Benutzung in diesem Sinne axiomatischer Theorien in empirischen Wissenschaften kann allerdings nur in einem übertragenen Sinne von Modellen, Interpretation und spezieller von Isomorphien gesprochen werden, da diese Begriffe zunächst nur für formale Theorien formuliert und eindeutig festgelegt sind. Eine Verwendung dieser Begriffe in empirischen Wissenschaften setzt immer schon einen Abstraktionsprozeß voraus, der gerade Eindeutigkeit der ursprünglich empirischen Kategorien erzeugt.

Für die Benutzung von Mathematik ist es sinnvoll, zwischen der Formalisierung eines Wissensbereiches, der Konstruktion einer axiomatischen Theorie, die dieses Wissen - möglicherweise unvollständig - beschreibt, und der Anwendung einer axiomatischen Theorie im eigentlichen Wortsinn zu unterscheiden. Letzteres wäre das Auffinden oder Angeben eines Modells (einer Interpretation) eines formalen Systems. Bei den Nutzungsbereichen unterscheide ich: Mathematik bzw. Formalwissenschaften - empirische Wissenschaften - Technologie - Anwendungen

in der Volkswirtschaft und der Vollständigkeitssicherung halber: sonstige Bereiche. Dabei kann nicht geleugnet werden, daß die Mathematik sich auf bestimmten Bereichen und zu gewissen Zeiten unabhängig von den gesellschaftlichen Bedürfnissen - als sogenannte "reine" - entwickelt hat. Eine solche Mathematik ist einerseits möglich, wenn eine Gesellschaftsschicht unabhängig von der materiellen Produktion leben kann, gleichzeitig aber über genügend Ressourcen verfügt, um sich ohne ökonomischen Zwang um die Fortentwicklung der mathematischen Theorie zu bemühen. Umgekehrt kann sich auch die Wissenschaft im Zuge ihrer Professionalisierung und Institutionalisierung soweit von den gesellschaftlichen Bedürfnissen entfernen, daß gute Vorbedingungen für die Entstehung "reiner" Mathematik gegeben sind.
Gerade diese Entwicklung einer von ökonomischen Bedürfnissen unabhängigen Mathematik fördert die philosophische Deutung der Mathematik, die deren Theorien als freie Schöpfungen des menschlichen Geistes auffaßt, während ein materialistisches Verständnis der Mathematik deren Herkunft aus den materiellen Verhältnissen betont, wobei die axiomatische Mathematik als historisches Endprodukt eines gesellschaftlichen Abstraktionsprozesses verstanden wird.
Ich will nicht verhehlen, daß mir letzterer Standpunkt der angemessenere zu sein scheint.

3. Die didaktischen Positionen zu: Mathematik und ihre Nutzung

In diesem Abschnitt soll versucht werden, die fachdidaktischen Positionen zu dem im voraufgehenden Abschnitt I.2 abgesteckten Problemfeld darzustellen. Zunächst geht es allgemein um die zu lehrende Mathematik und die Stellung der Anwendungen innerhalb des Mathematikunterrichts, danach sollen die Aussagen der Fachdidaktiker zur Ver-

wendung von Mathematik genauer untersucht werden. Dabei soll der gesamte Abschnitt helfen, Kategorien für die Inhaltsanalyse der Schulbücher bereitzustellen.

3.1 Mathematik und ihre Nutzung in der fachdidaktischen Diskussion

Helge Lenné hatte in seiner "Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland" bereits drei Hauptrichtungen innerhalb der Didaktik der Mathematik unterschieden: 1. die traditionelle Mathematik, 2. die Didaktik Wittenbergs und Wagenscheins, 3. die Neue Mathematik[104]. Lenné sagte eine zunehmende Bedeutung der dritten Richtung voraus und gleichzeitig damit eine verstärkte Orientierung der Mathematikdidaktik an der Fachwissenschaft Mathematik. Beide Prognosen sind eingetroffen[105], sodaß auch unter dieser Rücksicht die extensive Beschäftigung mit der Mathematik im voraufgehenden Abschnitt gerechtfertigt erscheint.
Innerhalb der die Neue Mathematik pflegenden Didaktik-Richtung unterscheidet Lenné nun zwei Positionen, die er die "rigorose" und die "gemäßigte" nennt und die zur Darstellung der Mathematik im Unterricht eine je eigene Stellung beziehen[106].

104
Lenné, Helge: Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland, Stuttgart (Klett) 1969, passim, für eine kurze Charakterisierung der Positionen vgl. wiederum: Bigalke, H.-G.: Zur Situation der Mathematikdidaktik in der Bundesrepublik Deutschland, in: MPhSB Bd. 18 (1971), S. 226 ff.

105
Eine deutliche Sprache sprechen z.B. die Ergebnisse der Umfrage von Bauersfeld et al.: Zum Selbstverständnis der Fachdozenten für Didaktik der Mathematik, in ZDM, 3. Jg. (1971), S. 11; 44% der gehaltenen Vorlesungen haben die Mathematik zum Gegenstand - für die Didaktik der Mathematik wird auch 44% angegeben - und 46% der gelesenen Literatur wird der Mathematik gegenüber 38% der Fachdidaktik zugeordnet.

106
vgl. Lenné, a.a.O., S. 84 ff. Um die bei Bigalke, a.a.O., kritisierte Zuordnung von Didaktikern zu diesen beiden Positionen soll es hier nicht gehen.

Die rigorose Richtung orientiert sich stärker an der Fachwissenschaft Mathematik und "zielt auf ausführliche Behandlung der Axiomatik im Sinne von Deduktionen ab"[1o7]. Didaktikern dieser Richtung geht es darum, dem Schüler - möglicherweise in verkleinerter Form - ein Beispiel von der Struktur der axiomatisch verfahrenden Wissenschaft Mathematik vorzuführen.[1o8]

Mit seinen Forderungen in diese Richtung am weitesten geht der französische Mathematiker Jean Dieudonné, wenn er als allgemeine Ziele seines Planes für ein Mathematikcurriculum angibt," die Begriffe einzuführen, die im modernen Hochsuchulunterricht entwickelt und verallgemeinert wurden" sowie "den Schülern die Handhabung der axiomatischen Methode zu lehren"[1o9]. Wenn er diese Forderung auch nur für die Schüler erhebt, "die später an Ingenieurschulen oder an der naturwissenschaftlichen Fakultät einer Universität studieren wollen", während er für den Rest der Schüler feststellt, "daß der Gehalt dessen, was ihnen auf diesem Gebiet(gemeint ist die Mathematik, Anm. R.S.) beigebracht wird, im großen und ganzen nicht von entscheidender Bedeutung ist"[11o], so muß seine Position doch als exemplarisch für die rigorose Richtung der an der Neuen Mathematik orientierten Didaktik gelten. Bei einem Unterricht nach dem Plane Dieudonnés wäre der Schüler mit so vielen axiomatischen

---

1o7
Lenné, a.a.O., S. 87

1o8
Es handelt sich also um einfache Abbilddidaktik, wobei die implizierte Behauptung, Mathematik sei durch die axiomatische Methode adäquat gekennzeichnet, selbst umstritten ist.
Vgl. I.2

1o9
vgl. Dieudonné, Jean: Moderne Mathematik und Unterricht auf der Höheren Schule, in MPhSB, Bd. 8 (1962), S. 166-178, hier zitiert S. 172

11o
beide Zitate a.a.O., S. 167

Theorien bekannt, daß er "ohne Verzug und ohne überfriebene Anstrengung an die ~~die~~ "abstrakte" Mathematik der Universität" herangehen könnte, die von Dieudonné wiederum als axiomatische gekennzeichnet ist.[111]

Meschkowski, ein weiterer Vertreter der rigorosen Position, will sich zwar nicht der Forderung Dieudonnés anschließen, die euklidische Geometrie von der Schule zu verbannen, spricht sich aber doch für eine Einführung der Bourbaki-Ideen in der Schule aus, d.h. für einen axiomatisch-deduktiv verfahrenden Mathematikunterricht.[112] Bei ihm ist auch die Einschränkung des Adressatenkreises der so gelehrten Mathematik entfallen.

Gleichzeitig muß darauf hingewiesen werden, daß diese "rigorose" Richtung unter der Hand ein Bild der Mathematik vermittelt, daß der idealistischen Deutung der Mathematik deshalb nahesteht, weil die mathematischen Theorien nicht mehr aus einem gesellschaftlichen oder Verwertungszusammenhang heraus begriffen werden. Die Betonung von Axiomen und Deduktion aus ihnen kann die Verwendung von Mathematik zur Lösung von außermathematischen Problemen nur nachträglich als "eingekleidete Aufgaben" darstellen, die von vorneherein so formuliert sind, daß den darin gemachten Angaben eine - meist eindeutig bestimmte-mathematische Theorie zugrundeliegt. Dem Schüler wird so die für die Anwendung der Mathematik charakteristische Arbeit der Herauslösung der möglicherweise nicht einmal eindeutig bestimmten mathematischen Struktur aus den ihm zur Verfügung stehenden Informationen[113] abgenommen, die Anwendung der Mathematik degeneriert zum Einsetzen von speziellen Werten in die Theoreme einer axiomatisch-deduktiv entwickelten Theorie[114].

---

111 Zitat,a.a.O.,S.175, zur Charakterisierung der Universitätsmathematik vgl. S. 166

112 Meschkowski,Herbert:Math.als Bildungsgrunlage,Braunschweig 1965,vgl.S.118

113 vgl. hierzu weiter unten.

114 Eine vehemente Kritik an diesem Vorgehen findet sich bei Freudenthal Hans:Mathematik als pädagogische Aufgabe, Band 1, Stuttgart (Klett) 1973, S. 112 f

Bei den Vertretern einer "gemäßigteren" Richtung innerhalb der "Neuen Mathematik" wird der rigorose "Deduktivismus" in seiner Verbindung mit der axiomatischen Methode in dem Sinne abgeschwächt, daß die axiomatische Methode zwar weiterhin im Mathematikunterricht darzustellen sei, ein streng deduktives Vorgehen wird jedoch abgelehnt zugunsten mehr induktiver Methoden. An der Axiomatik als Zielpunkt des mathematischen Unterrichts wird festgehalten, der Weg dorthin jedoch oftmals verknüpft mit implizit oder explizit entwicklungspsychologischen Argumenten - in einem Ausgehen von Situationen gesehen, die strukturiert werden und wo die Axiomatik am Ende dieses Strukturierungsvorganges steht.

Als Vertreter dieser Richtung könnte man die Didaktiker Bent Christiansen und H.-G. Steiner nennen. In Christansens Aufsatz "Induction and Deduction in the Learning of Mathematics and in Mathematical Instruction"[115] läßt sich das Festhalten an der Axiomatik als Ziel des mathematischen Unterrichts deutlich aufweisen. Steiner wird noch in einem anderen Zusammenhang als Befürworter dieser Richtung zu behandeln sein.

Beiden Varianten einer an der Neuen Mathematik orientierten Fachdidaktik gemeinsam ist, daß die Fachwissenschaft, die als axiomatisch verfahrend verstanden wird, innerhalb der Fachdidaktik die dominierende Rolle spielt. Aspekte aus den anderen Komponenten einer Fachdidaktik - vgl. 1.3 - werden meist erst nachträglich berücksichtigt und haben einer Vermittlung der mathematischen Sachverhalte zu dienen.

In den letzten Jahren treten nun häufiger Fachdidaktiker auf, die diesen Primat der Fachwissenschaft dadurch in Zweifel ziehen, daß sie

---

115 Christiansen, Bent: Titel s.o., in: EsiM, 2, Jg. (1969/70), S. 139 - 159

sich der Frage "How to teach Mathematics so as to be useful?"[116] explizit stellen. Für diese Fachdidaktiker hat die Wissenschaft Mathematik ihre Stellung als Norm des Unterrichts verloren, "das System der Mathematik ... kann niemals Ziel des allgemeinen mathematischen Unterrichts sein"[117]. Gegenüber den an der Fachwissenschaft orientierten Didaktikern entsteht natürlich ein typischer Rechtfertigungsdruck, da die Legitimation über die Fachwissenschaft - und spezieller durch eine am Anfang oder Ende des Unterrichts stehende axiomatische Theorie - entfällt. An die Stelle der Vermittlung der Wissenschaft Mathematik tritt dann die Fähigkeit dieser Wissenschaft, Wirklichkeit zu beschreiben und eventuell zu bewältigen, Mathematik ist nicht mehr Selbstzweck, sondern wird als nützliches Werkzeug zur Bewältigung der Realität verstanden.

Das heißt nun nicht notwendig, daß nur noch angewandte Mathematik zu lehren sei. Freudenthal etwa grenzt sich ausdrücklich von angewandter im Sinne von anwendbarer oder anwendender Mathematik ab, wünscht aber, daß der Schüler lerne, wie man Mathematik anwendet[118].

Für dieses Verständnis des Mathematikunterrichts ist natürlich eine nähere Vorstellung darüber nötig wie sich Verwendung von Mathematik

---

116 Unter diesem wohl programmatischen Titel erschien das erste Heft der "Educational Studies in Mathematics", das über einen Kongreß mit gleichem Titel berichtete. ESiM, Heft 1/2, 1. Jg. (1968).

117 Freudenthal, Hans, Mathematik als pädagogische Aufgabe, Stuttgart 1973, S. 71

118 Freudenthal, Hans, a.a.O., S. 76
Die Ablehnung angewandter Mathematik ist dabei mit der Flexibilität der Mathematik begründet. "Mathematik, die auf bestimmte Anwendungen zugeschnitten ist, erstarrt." Ebenda.

konkret vollzieht. Dieser Frage soll - in Ergänzung zu 2.2 - weiter unten nachgegangen werden.

Innerhalb dieser abkürzend von mir "Wirklichkeitsorientierten" im Gegensatz zur "Mathematik-orientierten" fachdidaktischen Strömung lassen sich noch zwei Argumentationslinien abheben, die sich auf zwei "verschiedene" Wirklichkeiten beziehen: Einmal kann man sich nämlich an der vom Lernenden direkt erfahrenen Wirklichkeit orientieren und dementsprechend die im Unterricht behandelte Mathematik auswählen.

So muß man wohl zum Beispiel Freudenthal verstehen, wenn er "beziehungsvolle Mathematik" gelehrt sehen möchte, und zwar" ... längs der Ansatzpunkte ..., wo Mathematik mit der erlebten Wirklichkeit des Lernenden verknüpft ist."[119]

Eine solche Position ist jedoch von vorneherein mit der Gefahr verbunden, daß über die Bindung an den Erlebnishorizont des Lernenden vergessen werden kann, daß dieser Horizont nicht notwendig identisch ist mit den Situationen, denen der Lernende sich später gegenübersieht. Ob es ihm dann jeweils gelingt, diese mit Hilfe seines Wissens über die Anwendung von Mathematik zu bewältigen, ist zumindest fraglich, wenn man nicht von einer sehr weitgehenden Transferhypothese ausgehen will.

Zum anderen ist die Position denkbar, die die schon von Lenné formulierte gesellschaftliche Funktion der Mathematik als Instrument zur Optimierung der ökonomischen Produktion[120] insofern ernst nimmt, als sie die Behandlung der gesellschaftlich relevanten Anwendungs-Situationen im mathematischen Unterricht fordert.

---

119 Freudenthal, Hans, Mathematik als pädagogische Aufgabe, a.a.O., S. 76 und S. 77

120 Lenné, Helge, Analyse ..., S. 188 ff

In diesem Zusammenhang sind meines Erachtens auch die schon zur Gewohnheit der Mathematikdidaktiker gewordenen Beschwörungen der gesellschaftlichen Relevanz zu sehen, die zwar zur Begründung einer höheren Stundenzahl für den Mathematikunterricht herangezogen werden, meist aber den Nachteil haben, wegen ihrer nebulösen Vorstellungen von der technisierten - und deshalb angeblich Mathematik benötigenden-Gesellschaft eben nur global argumentieren zu können. Die Behandlung eines bestimmten Gebietes der Mathematik kann so nicht begründet werden.[121]

Wenn mir auch eine stringente Begründung eines Mathematik-Curriculums aus der gesellschaftlichen Funktion der Mathematik heraus nicht bekannt ist, so ist doch diese Möglichkeit nicht zuletzt deswegen zu erwähnen, weil ihr in der allgemeinen Curriculum-Diskussion der Robinsohnsche Ansatz einer Curriculum Revision entspricht, der auch vom Qualifizierungsgedanken für die Situationen ausgeht, denen sich der Lernende gegenüber sehen wird, wobei die Situationen über eine Vorstellung von der (zukünftigen) Gesellschaft rekonstruiert werden.

Diese Verbindung zum Robinsohnschen Ansatz liegt auch deshalb nahe, weil einige seiner Schüler unter Berufung auf ihn versucht haben, eine Unterrichtseinheit für das Fach Mathematik zu konstruieren, die von der realen Situation des Arbeitnehmers ausgehend die zur Bewältigung identifizierter Situationen nötigen Qualifikationen zu eruieren sucht. Entsprechend der Einordnung innerhalb der Fachdidaktik-Richtungen spielen in dieser Unterrichtseinheit axiomatische Theorien für die Auswahl der mathematischen Lerninhalte keine Rolle. Gleichzeitig läßt sich an ihr eine für diese Richtung typische Gefahr aufweisen: die gesellschaftstheoretisch verfahrende Identifizierung von Qualifikationen läuft Gefahr, den Adressaten des Unterrichts aus dem Blick

---

121 Man muß allerdings die Didaktiker insofern verteidigen, als eine befriedigende Vorstellung von der gesellschaftlichen Bedeutung der Mathematik nicht vorliegt - mindestens von den kapitalistischen Gesellschaften kann das behauptet werden. Es kann auch wohl kaum als die Aufgabe der Mathematik-Didaktiker angesehen werden, eine solche Vorstellung zu erarbeiten.

zu verlieren, d.h.: an seinen konkreten, je vorhandenen Möglichkeiten vorbei zu lehren.[122]

An den für beide Interpretationen eines "Wirklichkeitsorientierten" Mathematikunterrichts aufgewiesenen Gefahren wird deutlich, daß sich die beiden fachdidaktischen Positionen durchaus ergänzen können, wie sich auch einzelne Didaktiker nur schwer klar zu einer der beiden Richtungen zuordnen lassen. Meist treten sowohl Schüler - wie Gesellschafts-zentrierte Aussagen in einer unentwirrbaren Verknüpfung auf, wie man exemplarisch an den Äußerungen etwa von Arthur Engel zeigen kann, der sich unter Ablehnung eines Unterrichts von Mathematk, die keine überzeugenden Anwendungen hat, einerseits auf die Chance der Schüler-Motivierung durch Anwendungs-orientierten Mathematik-Unterricht bezieht - und so wohl seine Anwendungen auf den Bereich des vom Schüler Erlebten beziehen wird - , andererseits seinen Mathematikunterricht explizit damit begründet, daß die Mathematik Voraussetzung für ein adäquates Verständnis der gegenwärtigen Gesellschaft darstellt.[123]

Für den "Wirklichkeits-orientierten" Unterricht sowohl in der schüler - wie der gesellschaftszentrierten Variante ist nun ein didaktisch umsetzbares Bild der tatsächlichen Verwendung mathematischer Theorien von Wichtigkeit, um die Schüler die Anwendung der Mathematik zu lehren. Bis zu einem gewissen Grade helfen hier von Industrie-

---

122 Damerow, Peter - Elwitz, Ulla - Keitel, Christine - Zimmer, Jürgen, Situationsanalyse als Grundlage von Zielen des Curriculum. Mir vorliegend als "Rohmanuskript für die Gutachter". o.O., o.J.; der dort angeführte Basistext verlangt einen kaum vorauszusetzenden "langen Atem" des Lernenden.

123 vgl. Engel, Arthur, Systematic Use of Applications in Mathematics Teaching, in: EsiM, Heft 1/2, 1.Jg.(1968/69), S. 202 f, sowie: ders., The Relevance of Modern Fields of Applied Mathematics for Mathematical Education, in: ESiM, 2. Jg. (1969/70), S. 257 ff.

mathematikern gelieferte Informationen über Verwertungsprozesse der Mathematik weiter:

3.1₁ Die Anwendung der Mathematik

Ausgangspunkt einer Nutzung mathematischer Theorien ist in aller Regel eine zunächst diffus angegebene Situation, die zu bewältigen ist. In einem ersten Schritt ist das zu bewältigende Problem zu bestimmen (Problemfindung). Danach wird versucht, dieses reale Problem mathematisch zu formulieren, d.h. meist: von einigen Bedingungen des realen Problems wird abstrahiert, es werden Vermutungen darüber angestellt, in welchem Rahmen das reale Problem darstellbar ist. (Übergang zu einem mathematischen Modell). In diesem mathematischen Modell wird mit Hilfe bekannter oder je zu entwickelnder Methoden versucht, die dem realen Problem entsprechende formale Fragestellung zu lösen (Lösung des mathematischen Problems). In einem vierten Schritt wird diese formale Lösung zurück in die zu lösende reale Situation übertragen und geklärt ob erstere die gegebene Problemlage tatsächlich löst (vergleich von Modelllösung und Realität). Möglicherweise ist man gezwungen, diesen Prozeß von vorne zu beginnen, weil die Problemlösung in der Wirklichkeit unannehmbar ist oder nur eine Teilantwort auf die gestellte Frage gibt.[124] Bei einem solchen Verfahren ist die Frage der Axiomatik darauf beschränkt, ob ein axiomatisches System oder eine Verbindung aus mehreren schon existiert, worin die Situation formalisiert wird, oder ob die Entwicklung neuer Theorien nötig wird. Auch Klamkin selbst veranschlagt die Bedeutung von Axiomatik sehr niedrig, wenn er gerade für die dritte Phase der Anwendung festhält:

---

124 Für diese Phasen der Anwendung vgl. zum Beispiel Crank, John, Mathematics and Industry, London 1962, S. 5 ff, oder: Klamkin, Murray S., On the Ideal Role of an Industrial Mathematician and its Educational Implications, in : ESiM, 3.Jg. (197o/71), S. 244 ff. Bei beiden wird der dritte Schritt noch einmal unterteilt, was f. unseren Zusammenhang jedoch nicht notwendig war.

"It should be strongly noted that axiomatics and structure theorems are invariably of very little use here."[125]

Auch von dieser Seite her wird also die Ablösung des Mathematikunterrichts von innerhalb der Fachwissenschaft Mathematik entwickelten formalen Theorien unterstützt.

3.1 Fortsetzung: Mathematik und ihre Nutzung in der fachdidaktischen Diskussion

Einige Fachdidaktiker ziehen aus dem Verlauf tatsächlicher Verwendung von Mathematik für den Mathematikunterricht insofern Konsequenzen, als sie die Erstellung mathematischer Modelle, Mathematisierung und genauer das Ausgehen von realen Situationen fordern, die Anlaß zur mathematischen Behandlung der mit ihnen aufgegebenen Probleme geben. Solche Forderungen finden sich sowohl bei "Mathematik-" wie "Wirklichkeits-orientierten" Fachdidaktikern, wobei erstere das tatsächliche Bild der Verwendung von Mathematik in ihrem Sinne umdeuten.

So geht etwa H.-G. Steiner - und offensichtlich auch der CSMP-Approach, an dem Steiner mitarbeitet - davon aus, daß am Ende einer solchen Mathematisierung wiederum eine axiomatische Theorie mit einer deduktiven Darstellung der im Rahmen der Theorie ableitbaren Sätze stehen sollte. Hier wird die Auswahl der Situationen durch die darin aufdeckbaren mathematischen (axiomatischen) Strukturen gesteuert, wobei die Situationen typischerweise selbst relativ formal präsentiert werden (müssen?). Auf diese Weise wird zwar der an der Situation zu lernende

---

125 Klamkin, a.a.O., S. 247

mathematische Stoff eindeutig fixiert, die Fachwissenschaft und nicht die Situation und deren Relevanz für den Schüler bestimmt wiederum die Auswahl.[126]

"Wirklichkeits-orientierte" Didaktiker dagegen werden von Situationen ausgehen, ohne vorher bereits die zu verwendende Mathematik festgelegt zu haben. Dabei werden die Situationen typischerweise diffus, mit überflüssigen Einzelheiten und eventuell unvollständig für die mathematische Behandlung vorgegeben oder vorgefunden.[127]

H.O. Pollak[128] versucht - ausgehend von der "Wirklichkeits-orientierten" Position noch zusätzlich, die bisher in Schulbüchern vorgefundenen Anwendungen von Mathematik zu ordnen. Er unterscheidet 6 Typen, nämlich: (1) Direkter Gebrauch von Mathematik im täglichen Leben, (2) Aufgaben, die Begriffe des täglichen Lebens benutzen und vorgeben, Anwendungen zu sein, (3) Aufgaben, die Begriffe aus anderen Disziplinen (Wissenschaften) benutzen, (4) Scherzaufgaben, (5) Echte Anwendungen in anderen Disziplinen. Wie auch schon in 2.2 unterscheidet Pollak also Anwendungen innerhalb und außerhalb der Wissenschaften, wobei der sich allerdings - zum Teil geradezu polemisch - gegen einige Formen von "Anwendungen" wendet, die mit einer Anwendung von Mathematik schon deshalb nichts zu tun haben,weil in ihnen meist nur eine "translation from English to mathematics ...

---

126 vgl. den Aufsatz von Steiner, H.-G.: Examples of Exercises in Mathematization on the Secondary School Level, in: ESiM, Heft 1/2, 1. Jg. (1968/69), S. 181 ff.

127 Es kann sogar der Fall eintreten, daß "in the course of practicing mathematization from real life, students will ... discover that for some situations mathematics is quite irrelevant. This is too valuable." Pollak, H.O., How can we teach Applications of Mathematics?, in: ESiM, 2.Jg. (1969/7o), S. 4oo.

128 vgl. den in Anm.127zitierten Aufsatz, EsiM, 2.Jg. (1961/7o), S. 393-4o4.

before you start"[129] gefordert ist, während die Beziehung zur Realität überhaupt nicht problematisiert ist, wenn sie nicht gar völlig falsch gesehen ist. Pollak möchte hier die Typen (2) und (3) kritisiert wissen, wenn er auch den Typ (2) für den in Schulbüchern am häufigsten vertretenen hält.

Die Beschreibung echter Anwendungen (Typ (5) und (6)) folgt dem schon am Anfang des Abschnitts dargestellten Phasenmodell einer Verwertung von Mathematik, wobei Pollak betont, daß der Schüler gerade auch ein Recht auf Teilnahme am Prozeß der Modellfindung und auf die Beurteilung der Angemessenheit des Modells habe. Hier wird einerseits eine Stofferweiterung gegenüber einem axiomatisch verfahrenden Unterricht sichtbar, zum anderen aber wird für den Schüler erkennbar, daß in die Bildung eines Modells und die Lösung der somit gestellten Frage spezifisch Entscheidungen eingehen, die durch die Situation nicht eindeutig vorbestimmt sind.

Interpretiert man letztere Möglichkeit noch in einem gesellschaftstheoretischen Kontext, so wird man gerade hier dem Schüler die Einsicht ermöglichen müssen, daß die Situation in verschiedenem Interesse bewältigt werden kann, das heißt: an dieser Stelle kann die gesellschaftliche Verantwortung auch des Mathematikers festgemacht werden. Indem der Schüler erfährt, daß das "richtige" Problem erst einmal festgelegt werden muß - also nicht durch die Situation fixiert ist - , indem möglicherweise diese Festlegung selbst als interessegebunden

---

129 Pollak, H.O., How can we Teach ..., a.a.O., S. 394. Über die Scherzaufgaben sagt er noch, sie formulierten zwar oft mathematische Probleme von hohem erzieherischen oder wissenschaftlichen Wert, hätten aber mit Anwendungen nichts zu tun.

durchschaut werden kann[130], kann man auf die Beseitigung des Schleiers von Objektivität mathematischer Verfahren hoffen. Der Lernende könnte Möglichkeiten interessegebundenen Einsatzes von Mathematik kennen und möglicherweise auch kritisieren lernen.[131]

I.-3.2 Zusammenfassung

Entsprechend der zentralen Stellung der Wissenschaft Mathematik in den meisten Fachdidaktik-Konzeptionen geht eine fachdidaktische Richtung davon aus, daß der mathematische Unterricht zu einem adäquaten Verständnis des axiomatischen Charakters dieser Wissenschaft zu führen habe. Von der Methodik sind dabei zwei Wege denkbar, nämlich einmal eine deduktive Präsentation einer axiomatisierten Theorie, in der ausgehend von den explizit ausgewiesenen Axiomen mit Hilfe von Deduktionen die in der Theorie gültigen Sätze dargestellt werden. Am Ende ergibt sich ein verkleinertes Abbild der Darstellungsweise des Mathematikerkollektivs Bourbaki. Andererseits ist ein induktiver Weg hin zu den Axiomen möglich. Allenfalls nach Festlegung der Axiome wird bei diesem Verfahren eine systematische Präsentation der in der Theorie gültigen Sätze ermöglicht.
Im Gegensatz zu diesen "Mathematik-orientierten" Fachdidaktiken geht eine "Wirklichkeits-orientierte" Didaktik davon aus, daß Mathematik eine effektive Strategie zur Bewältigung realer Situationen

---

130 Vgl. die Erkenntnis beispielsweise der Gruppe Damerow et al., daß die Situation in diesem Sinne erst "geschaffen" werden muß - Situationsanalyse ...", a.a.O., S. 42 des Teils I - was in der Untersuchung zu einem deutlichen Bekenntnis zur Parteilichkeit der Analyse führt.

131 Letzterer Anspruch wird allerdings meines Wissens explizit wiederum nur von Damerow et al. vertreten.

ist. Dementsprechend fordert sie für den mathematischen Unterricht, daß dieser von Situationen auszugehen habe, die mit der Hilfe von Mathematik strukturiert und möglicherweise bewältigt werden können.
Wird die Auswahl dieser Situationen nun nicht durch die in ihnen aufdeckbare mathematische Struktur gesteuert, so kann sie einerseits an der Erlebniswirklichkeit des Lernenden, zum anderen an den gesellschaftlich relevanten Situationen orientiert werden. Von der gesellschaftlichen Verwertung von Mathematik her bezieht diese Didaktik ihr Modell des Prozesses von Mathematisierung, der ausgehend von der Problemfindung in der realen Situation zu einem mathematischen Modell übergeht, dieses löst und die mathematische Lösung auf ihre Validität in der Realität prüft, um die angegebenen Phasen möglicherweise noch einmal zu durchlaufen, weil die Lösung in der Realität nicht akzeptiert werden kann. Die Phase der Problemfindung wird dabei für ebenso schwierig wie die weiteren Phasen gehalten, soll aber auch Teil des mathematischen Unterrichts sein.
Auch der mathematisierende Unterricht ist jedoch "Mathematik-orientiert" durchzuführen, wenn nämlich die Situationen nicht nach ihrer Nähe zur Realität des Lernenden oder ihrer gesellschaftlichen Relevanz, sodern nach den in ihnen aufweisbaren mathematischen Strukturen ausgewählt werden. Für eine Charakterisierung des mathematisierenden Unterrichts - vor allem im nicht "Wirklichkeits-orientierten Sinne - bietet sich noch eine Gliederung nach den Ausgangssituationen an, wobei die schon in 2.2 erarbeiteten "Anwendungsbereiche" dienlich sind.
Gerade der mathematisierende Unterricht eröffnet mit der Explizierung der in die Verwertung von Mathematik eingehenden, möglicherweise interessegebundenen Vorentscheidungen eine kompetente Kritik der "Objektivität" von Problemlösungen, die mit Hilfe der Mathematik gewonnen werden.

II Vorgaben - Einschränkungen - Verfahren der Inhaltsanalyse von Schulbüchern

II.1 Begründung, Einschränkungen und Ziel der Inhaltsanalyse von Schulbüchern

In Teil I der Arbeit wurde versucht, allgemeine Fachdidaktik der Mathematik so weit auszuarbeiten, daß die dort gewonnenen Erkenntnisse eine empirische Analyse von Mathematik-Lehrgängen ermöglicht. Einerseits können auf diese Weise Aussagen über die für den Unterricht relevanten fachdidaktischen Positionen gewonnen werden, andererseits hat sich die allgemeine Fachdidaktik zu bewähren.

Will man diesem Anspruch gerecht werden, so läge eine Analyse konkreten Unterrichts am nächsten, soll mit dieser Arbeit jedoch nicht versucht werden. Die bei einer Unterrichtsanalyse zu bewältigenden organisatorischen wie methodischen Probleme sind nämlich so groß, daß sie im Rahmen einer Einzeldissertation nicht zu bewältigen sind, wenn die Arbeit auch nur einen gewissen Anspruch auf Validität erheben will. Einmal ist es nämlich schon schwierig, überhaupt langfristig gesicherten Zugang zu Schulunterricht für Beobachtungszwecke zu erhalten, weiterhin existiert meines Wissens nicht einmal eine begründete Vermutung über die bei diesem Vorgehen relevanten Störfaktoren, deren Ausschaltung erst eine valide Aussage ermöglichen würde, von einer eventuell rechnerischen oder organisatorischen Ausschaltung der Störfaktoren ganz zu schweigen. Das in solchen Fällen übliche Verfahren der Randomisierung würde dabei das Vorhaben so vergrößern, daß es sich für eine Einzeldissertation von selbst verbietet. Aus dem letzgenannten Grund ist auch eine Repräsentativität, die erst begründete Schlüsse aus dergleichen Analysen erlaubte, nicht zu erreichen.

Scheidet so eine Analyse konkreten Unterrichts aus, so liegt eine Untersuchung des immer noch im Schulunterricht relevantesten Mediums nahe: des Schulbuchs. Dieses hat den Vorteil, daß es der Analyse leicht zugänglich ist, gleichzeitig stellt es in den meisten Fällen das Endprodukt der bei den Fachdidaktikern so beliebten Konstruktion von Lehrgängen dar[1], eignet sich also vorzüglich zu einer Analyse mit Hilfe der in der Didaktik gewonnenen Kriterien.
Auch von der methodischen Seite her stellen sich einer Schulbuchanalyse nicht zu gravierende Hindernisse in den Weg, da innerhalb der Sozialwissenschaften die Inhaltsanalyse inzwischen durchaus zu den gängigen empirischen Verfahren zu zählen ist, hier also gewisse methodische Vorgaben sowie ein Bewußtsein der mit diesem Verfahren verbundenen Probleme existiert.
Für die in dieser Arbeit interessierenden Fragen zur Mathematik-Didaktik stellt allerdings die Analyse von Schulbüchern insofern ein Problem dar, als durch die Darstellung mathematischer Inhalte im Medium eines Buches gewisse didaktische Vorstellungen nur mit größerem Aufwand als andere realisiert werden können.[2] Bei der Darstellung der Ergebnisse sowie den daraus zu ziehenden Schlüssen wird diese Verzerrung der Darstellungsmöglichkeiten zu berücksichtigen sein.
Eine andere denkbare Untersuchungsmethode wäre eine Analyse der Lehrpläne bzw. Richtlinien gewesen. Von diesem Verfahren wurde deshalb Abstand genommen, wei die Schriften nur zu oft so leerformelhaft

---

1 vgl. Bauersfeld, et al.: Zum Selbstverständnis der Fachdozenten für Didaktik der Mathematik (Ergebnisse einer Umfrage), in: ZDM, 3. Jg. (1971), S. 112

2 vgl. z.B. die Bemerkung von Freudenthal, Hans: "Mathematik als pädagogische Aufgabe", a.a.O., S. 104 f, wo er das Buch als den großen "Feind der sokratischen Methode" bezeichnet. Allerdings folgt gleich darauf der versöhnliche Satz: "Es brauchte nicht so sein."

sind, daß auch ihnen kaum Schlüsse auf den realen Unterricht zu begründen sind. Außerdem gibt es allenfalls skeptische Aussagen über die Steuerungsfähigkeit der Richtlinien in Bezug auf den konkreten Unterricht. Dennoch werden die Richtlinien des Landes Nordrhein-Westfalen in die Untersuchung - und zwar vor der Schulbuchanalyse - mit einbezogen.

Für ein solches Vorgehen spricht die Tatsache, daß an den Schulen zugelassene Lehrbücher in der Bundesrepublik Deutschland vor ihrer Zulassung durch die Kultusministerien - bzw. von ihnen berufene Gremien oder Einzelpersonen - überprüft werden, wobei die Konformität mit den Richtlinien des jeweiligen Landes ein immer wieder auch öffentlich angesprochenes Kriterium ist.[3] Die Untersuchung der NRW-Lehrpläne soll dabei der Strukturierung der Lehrbuchanalyse behilflich sein, könnte aber auch aus den Lehrplänen zu erklärendes Vorgehen der Schulbücher aufdecken. Aus zweierlei Gründen soll dabei die Untersuchung auf die im Lande Nordrhein-Westfalen verwendeten Bücher beschränkt bleiben: Einerseits ist es angesichts der Kulturhoheit der Länder nur schwer möglich, Schulformen vor allem des berufsbildenden Schulwesens in verschiedenen Bundesländern zu vergleichen. Die Bemühungen um eine Vereinheitlichung des Schulwesens in der Bundesrepublik weisen darauf hin, daß diese Angleichung erst noch zu leisten ist. Um die Arbeit nicht mit für die Argumentation zur Fachdidaktik nebensächlichen Gedanken zu belasten, beschränkt sich die Analyse räumlich auf das Land Nordrhein-Westfalen.

---

3 Die seit Jahren vom Verband der Schulbuchverlage geführte Kampagne zur Beseitigung des Zulassungsverfahren für Schulbücher ist hier beredtes Zeugnis. Vgl. etwa die Zeitschrift des o.g. Verbades: Blickpunkt Schulbuch - Zeitschrift für moderne Unterrichtsmedien, Hrsg.: Verband der Schulbuchverlage e.V., 6 Frankfurt/Main, Zeppelinallee 33, Unregelmäßiges Erscheinen.

Gleichzeitig ermöglicht diese Beschränkung wiederum, den organisatorischen Aufwand so klein zu halten, daß er in einer Einzeldissertation vertretbar bleibt.

Diese räumliche Einschränkung erscheint auch insofern nicht als zu gravierend, da einerseits die von Land zu Land am weitesten differierenden Schulversuche für die Analyse nur in der Anlage des Forschungsdesigns - speziell der Auswahl der untersuchten Schulen[4] - eine Rolle spielen, andererseits ermöglicht eine Analyse der Schulbücher des volkreichsten Landes der Bundesrepublik mit seiner differenzierten Wirtschaftsstruktur noch am ehesten eine Verallgemeinerung der Ergebnisse über diesen räumliche Rahmen hinaus.

Zeitlich soll sich die Analyse auf die im Schuljahr 1972/73 verwendeten Bücher beziehen, um die Untersuchung auf einem aktuellen Stand durchzuführen.

Inhaltlich soll die Analyse - entsprechend dem in I.3 entwickelten Problemfeld - nach dem Verhältnisse von Fachmathematik - im Sinne formaler, nicht auf spezielle Situationen bezogener, womöglich axiomatisch strukturierter Aussagensysteme - und den Verwendungen dieser Systeme fragen. Zum anderen wären Schulbücher interessant, die ausgehend von Situationen die in ihnen aufweisbare mathematische Struktur (oder: Strukturen) erarbeiten. Eine Charakterisierung der Schulbücher, ob sie eher einer "Mathematik" - oder "Wirklichkeitsorientierten" Fachdidaktik[5] zuneigen, wäre des Ziel der Analyse.

---

4 vgl. II.2

5 Zum Inhalt dieser Begriffe vgl. Teil I-3.1

II.2 Bestimmung der in die Analyse einbezogenen Schultypen

Wenn man versucht, sich über die Vielfalt des bundesrepublikanischen Schulwesens eine Übersicht zu verschaffen, so sieht man sich zunächst der Tatsache konfrontiert, daß es kein Standardwerk zur Schulorganisation gibt, daß beanspruchen könnte, den aktuellen Stand wiederzugeben.[6] Die umstrittene Einteilung in allgemeinbildende und berufsbildende Schulen und für die allgemeinbildenden Schulen die in Grund-, Haupt-, Realschulen und Gymnasien gilt zwar in der gesamten Bundesrepublik[7], doch existieren schon keine bundeseinheitlichen Bezeichnungen mehr für die Berufsschulen[8]. Auch um diese Schwierigkeit wenigstens zu reduzieren, wurde die Arbeit auf den Bereich des Landes Nordrhein-Westfalen eingeschränkt. Hier richtet sich die Terminologie der Arbeit nach den einigermaßen landeseinheitlich verwandten Bezeichnungen, wie sie sich in einer Broschüre des Kultusministeriums von NRW finden.[9]

---

6 Die Werke (Schultze, Walter - Führ, Christoph: Das Schulwesen in der BRD, Weinheim 1966, und Scheuerl, Hans: Die Gliederung des deutschen Schulwesens - Analytische Darstellung und Gesichtspunkte zu seiner weiteren Entwicklung, Stuttgart (Klett) 1968, machen zwar die Gliederung in allgemein- und berufsbildendes Schulwesen sowie die Einteilung in Grund-, Haupt-, Realschule und Gymnasium klar, helfen jedoch für die Organisation der Berufsschulen kaum weiter.

7 wobei die Gesamtschule auch diese Unterscheidung bei den allgemeinbildenden Schulen aufhebt.

8 "Berufsschule" meint im Text jeweils einfach Schulen des berufsbildenden Schulwesens. Die Teilzeitberufsschule als schulische Komponente des dualen Systems wird im Text jeweils auch so bezeichnet.

9 Kultusminister des Landes NW (Hrsg.): Im Blickpunkt : Die beruflich Schule in Nordrhein-Westfalen, o.O.,o.J.

Die von Achtenhagen in seinem Stichwortartikel "Berufsausbildung" eingeführten Begriffe stimmen einigermaßen mit den in NW verwendeten überein. vgl.: Achtenhagen, Frank: Stichwort "Berufsausbildung", in Speck, Josef - Wehle, Gerhard (Hrsg.) : Handbuch pädagogischer Grundbegriffe, Bd.I, München (Kösel) 1970, S. 82 ff.

Da die Arbeit an der Darstellung der Fachwissenschaft - auch in ihrer axiomatischen Darstellung interessiert ist, muß sich die Analyse auf Bücher des Sekundarschulbereiches beschränken, da sich nur in Büchern dieser Schulstufe überhaupt Darstellungen axiomatischer Theorien finden können.[10] Aus demselben Grund schied eine Analyse von Hauptschulbüchern aus, da gerade der "5. Themenkreis: Algebraische Strukturen"[11] mit dem ersten Auftauchen von axiomatischen Theorien (Gruppe/Ring/Körper) in den Richtlinien für die Hauptschule nicht verbindlich ist.
Um also die Hauptschulbücher nicht unter unangemessenen Ansprüchen zu analysieren, schieden sie für die Untersuchung aus. An relevanten Schultypen des allgemeinbildenden Schulwesens im Sekundarschulbereich verblieben Realschule und Gymnasium (sowie die Gesamtschule, für die mir jedoch keine speziellen Bücher bekannt sind).[12]
Neben Schulen des allgemeinbildenden Schulwesens vermitteln aber auch Berufsschulen die mathematischen Inhalte, die für die Analyse vorgesehen sind (Zu den Inhalten vgl. II.3). Außerdem legt auch die erziehungswissenschaftliche und die bildungspolitische Diskussion um die Integration von allgemein- und berufsbildendem Schulwesen[13] das Einbeziehen von Büchern der Berufsschulen nahe. Bei vergleichbaren mathe-

---

[10] vgl. die 1968 von der KMK beschlossenen "Empfehlungen und Richtlinien zur Modernisierung des Mathematikunterrichts an den allgemeinbildenden Schulen", aus der 125.KMK am 3./4.10.1968, mir vorliegend als Papier des Sekretariats der KMK, o.O.,o.J.

[11] KMK, Empfehlungen...,a.a.O.,S.6 der Richtlinien und Rahmenpläne für den Mathematikunterricht, aus den Anforderungen für die Klassen 7 u. 8

[12] Schulsonderformen wie z.B. Waldorfschulen blieben also unberücksichtigt.

[13] Der Kollegstufenversuch u. die um ihn entbrannte Diskussion als Versuch einer Überwindung der Trennung allgemein-u.berufsbildenden Schulen zeugen von der Aktualität dieser Problematik. Zur Kollegstufe NRW vgl.Kollegstufe NW, Heft 17 der Schriftenreihe "Strukturförderung im Bildungswesen des Landes NRW". Ratingen 1972

matischen Inhalten wird eine interessante Gegenüberstellung von Büchern beider Schultypen möglich. Außerdem ist bei Berufsschulen eine Behandlung der Verwendung von Mathematik eher zu erwarten als bei den allgemeinbildenden Schulen, sodaß Berufsschulbücher auch dem Interesse der Arbeit an der Nutzung von Mathematik und ihrer Darstellung im Unterricht entgegenkommen.

Vergleichbar mit Realschule und Gymnasium ist vom Alter ihrer Schüler, ihrer Zielsetzung und ihrem Vollzeitscharakter her bei den Berufsschulen in erster Linie die Fachoberschule, die auf das Studium an der Fachhochschule vorbereiten soll.[14] An diesem Schultyp verwendete Bücher wurden deshalb in die Analyse derart einbezogen, daß sie mit den gleichen Kategorien wie die Bücher aus Realschule und Gymnasium untersucht wurden. So ist die Vergleichbarkeit auch von den Analyseinstrumenten her gesichert.

Daneben sollten jedoch für das berufsbildende Schulwesen charakteristischere Bücher untersucht werden, weil man in ihnen zum Thema "Anwendung der Mathematik" interessante und im allgemeinbildenden Schulwesen möglicherweise nicht vorfindbare Darstellungen erwarten könnte. Diesem Interesse kommen am ehesten die Schulen etgegen, die Mathematik berufsspezifisch zu lehren haben, zu analysieren sind also die Fachrechenbücher der Teilzeitberufsschule. Gleichzeitig wird auf diese Weise der Schultyp in die Analyse einbezogen, der von der Zahl seiner Schüler her immer noch den größten Anteil am berufsbildenden Schulwesen hat.

Für die Untersuchung kompliziert sich allerdings die Buchauswahl dadurch, daß es keine Bücher für den Fachrechenunterricht an der

---

14 Zur Charakterisierung dises Schultyps vgl. die genannte Broschüre des Kultusministers NRW.

gesamten Berufsschule gibt, vielmehr existieren spezielle Bücher für die einzelnen Berufe bzw. Berufsfelder. Bei einer Zahl von z.Z. 450 Ausbildungsberufen[15] verbietet sich natürlich eine Untersuchung aller Fachrechenbücher von selbst. Wegen der zahlenmäßigen Bedeutung und einem vermutlich relativ hohen Mathematik-Anteil an der Ausbildung sollen Bücher aus den Berufsfeldern Metallbearbeitung, Elektrotechnik und aus dem kaufmännischen Bereich untersucht werden. (Zur Buchauswahl vgl. II. 4 und Anhang II).

Neben dieser die Ausbildung als Teilzeitschule begleitenden Schulform soll noch eine berufsvorbereitende Vollzeitschule in die Analyse einbezogen werden. Zahlenmäßig die bedeutendste ist die Berufsfachschule der kaufmännischen Richtung[16] in ihren Formen der Handelsschule und Höheren Handelsschule, sodaß Bücher dieser Schultypen untersucht werden sollen.

Mit dieser Auswahl von Berufsschultypen scheint mir die Vielfalt im Berufsschulwesen einigermaßen berücksichtigt, ohne auf der anderen Seite die Bewältigung der zu leistenden empirischen Arbeit schon von ihrem Umfang her unmöglich gemacht zu habe.

Über das Auswahlverfahren soll in einem gesonderten Abschnitt berichtet werden, nachdem zuvor die mathematischen Inhalte fixiert worden sind, deren Darstellung Gegenstand der Inhaltsanalyse sein sollen. Eine Liste der untersuchten Schulbücher findet sich im Anhang III.

---

15 vgl. Landesregierung NRW, Situation, Weiterentwicklung und Reform der beruflichen Bildung - Antwort der Landesregierung auf die große Anfrage 9 der Fraktionen der SPD und FDP, Drucksache 7/2244 des Landtages NRW, Düsseldorf 1972, S. 34

16 vgl. etwa: Institut für Arbeitsmarkt und Berufsforschung der Bundesanstalt für Arbeit (Hrsg.): Fachschul-, Berufsschul-, Werklehrer, in: Matrialien aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung, Heft 14 (1972), Erlangen, S. 17

II.3 Bestimmung der zu analysierenden mathematischen Inhalte

Allein der Umfang der in der Schule verwendeten Unterrichtswerke verbietet es, einen repräsentativen Querschnitt von ihnen vollständig zu untersuchen. Dagegen bietet sich eine inhaltliche Beschränkung des Stoffes an, dessen Darstellung analysiert werden soll.

Geht es um die beiden Gesichtspunkte von Axiomatik und Verwendung von Mathematik, so liegt bei den allgemeinbildenden Schulen in der Sekundarstufe I das Themengebiet der Algebra nahe. Nach allgemeiner Auffassung innerhalb der Fachdidaktik ist es ja bisher nicht gelungen, für die Geometrie ein schulischen Bedürfinissen angemessenes Axiomensystem zu formulieren, während in der Algebra die Gruppentheorie als axiomatische Richtschnur der Behandlung sich geradezu anbietet. Speziell die Gleichungslehre erlaubt außerdem eine Fülle von Anwendungen, so daß im Themenkreis "Algebraische Aussageformen"-"Algebraische Strukturen"[17] der erste Analyse-Schwerpunkt bei Büchern des allgemeinbildenden Schulwesens liegen soll. Gleichzeitig kann man davon ausgehen, daß sich auch in Büchern des berufsbildenden Schulwesens dieser Themenkreis - mindestens in der Form der "Gleichungslehre" - behandelt findet.

Genauer soll es die Theorie der rationalen Zahlen wie die Betrachtung linearer Gleichungen (bzw. Gleichungssysteme) über diesem Körper gehen. Die Einschränkung auf lineare Gleichungen resultiert daraus, daß sich so die Berücksichtigung von Vollständigkeitsargumenten - wie sie bei der Behandlung quadratischer Gleichungen über den rationalen Zahlen nötig werden - erübrigt. Die Lösbarkeit linearer Gleich-

---

17 vgl. KMK-Beschlüsse, a.a.O., Klassen 7 und 8, 4. und 5. Themenkreis

ungen über den rationalen Zahlen als Grundmenge ist ja gerade gesichert.[18] Auch von der Axiomatik her liegt ein einigermaßen abgeschlossenes Gebiet vor.[19]

Bietet sich auch bei dieser Einschränkung des Analysegegenstandes die Frage nach der Axiomatik an, so wäre es verfehlt, ein Lehrbuch nur nach seiner Darstellung der linearen Gleichungen zu beurteilen, wenn es um die Behandlung axiomatischer Theorien geht.
Entsprechend dem mathematischen Inhalt soll vielmehr auch auf die Verwendung der Begriffe "Aussage", "Term", "Grundmenge", "Defintionsmenge", "Lösungsmenge" sowie "Relation" und "Funktion" gesehen werden.

Um auch dem Verwendungszusammenhang von Mathematik gerecht zu werden, sind - vor allem in den Realschulbüchern - auch die Abschnitte über das Prozent- und Zinsrechnen sowie die Analyse von "Größenbereichen" in die Untersuchung einbezogen worden, soweit ihnen im Buch ein gesonderter Abschnitt gewidmet wurde und sich diese Inhalte nicht ohnehin innerhalb der Behandlung der Algebra fanden.
Zum Anderen wird ein zweiter Themenkomplex in den Büchern der allgemeinbildenden Schulen untersucht, der - wenn auch in mathematisch komplizierterer Weise-axiomatischer Behandlung auf Schulniveau zumindestens partiell zugänglich ist. Neben der Algebra soll nämlich in den Büchern der allgemeinbildenden Schulen die Darstellung der Analysis untersucht werden.

---

18 Von der Lösbarkeit der Gleichungen her wären natürlich auch die algebraischen Zahlen als Grundmenge interessant, doch werden diese kaum in den Schulbüchern behandelt.

19 Eben diese Abgeschlossenheit führt auch dazu, in den Büchern - soweit behandelt - Anfänge der Funktionslehre wie der formalen Logik mit zu analysieren.

Genauer soll es hierbei um die reellen Zahlen, den Grenzwertbegriff, die Stetigkeit, und die Differentialrechnung sowie die Anwendungen dieser Theorien gehen.[20] Neben der Frage der Behandlung nun auch entwicklungsmäßig eher vertretbarer expliziter Axiomatik steht bei diesem Themenkreis für die Analyse die Frage der Behandlung der Verwertung von Mathematik im Vordergrund, wozu die Analysis von ihrer Struktur - wie ihrer tatsächlichen Verwertung her[21] - genügend Möglichkeiten bietet.

Ein Verzicht auf Analyse der Integralrechnung scheint mir deswegen nicht zu gravierend zu sein, da die Anwendungen der Integralrechnung kaum ein anderes Bild als die der Differentialrechnung zeigen werden, zumindest was ihre Verteilung auf gesellschaftliche Bereiche angeht. Auch von der Frage nach der Darstellung der Axiomatik her bieten sich hier kaum neue Aspekte, da in den Schulbüchern der mathematisch gangbare Weg einer Behandlung der Integral- vor der Differentialrechnung meines Wissens nicht beschritten wird, wie er in der didaktischen Literatur auch keine Rolle spielt.

Die Differentialrechnung soll dabei nur für den eindimensionalen Fall analysiert werden, partielle Differentiation wie auch die Behandlung der komplexen Zahlen werden deswegen nicht analysiert, weil für eine mathematisch befriedigende Behandlung ein umfänglicher Stoff aus der linearen Algebra vorauszusetzen wäre.[22]

20
1. Themenkreis der KMK-Richtlinien für die Klassen 11 bis 13, a.a.O., mit Ausnahme der Integralrechnung.

21
Man denke nicht zuletzt an die in 1.2.2 behandelte Verwertung in der Physik.

22
In den Schulbüchern mag dieser Forderung nicht immer genügt werden, die Ausgrenzung dieser Themen vermeidet jedoch die Analyse der Bücher unter ihnen unangemessenen Forderungen.

Weiterhin soll der Komplex der Behandlung unendlicher Reihen wie auch der Exponentialfunktion, Logarithmusfunktion, und der trigonometrischen Funktionen nicht analysiert werden, da eine vollständige Behandlung der zuletzt genannten Themen die Einbeziehung der Theorie der unendlichen Reihen wünschenswert machen würde. Wird jedoch die Darstellung von Folgen bzw. Reihen zur Vorbereitung des Grenzwertbegriffes benutzt, so werden die entsprechenden Abschnitte in die Analyse einbezogen.
Die verbleibenden Themen bilden unter Einschluß der Behandlung rationaler Funktionen einen auch mathematisch abgeschlossenen Themenkomplex, der genügend Anwendungen erlaubt, um die Analyse auch unter diesem Gesichtspunkt lohnenswert zu machen.

Neben diesen beiden über mathematische Inhalte bestimmten Analyse-Schwerpunkten Algebra und Analysis sollen die Bücher aus berufsbildenden Schulen, die für die Verwendung in der Teilzeitberufsschule für bestimmte Berufen oder Berufsgruppen konzipiert sind, dazu herangezogen werden, ein Bild von der Darstellung der Verwendung von Mathematik zu geben. Diese Bücher werden dabei vermutlich nicht so sehr über mathematische Theorien strukturiert sein, vielmehr wird sich ihr Aufbau an den Bedürfnissen ihrer Berufsfelder orientieren.
Um dieser Zielsetzung gerecht zu werden, wird die Inhaltsanalyse hier mit anderen Methoden bzw. Akzenten als bei den stärker über die mathematischen Inhalte strukturierten Büchern des allgemeinbildenden Schulwesens durchgeführt werden müssen. Wieweit dagegen die Bücher der Vollzeitschulen des Berufsschulwesens an den mathematischen Theorien oder bestimmten Berufsfeldern orientiert sind, ist eine in diesem Kontext offene, allerdings hochinteressante Frage. Diese Problem muß also bei der Festlegung des Vorgehens der Analyse berücksichtigt werden.

3.1 Exkurs: Empfehlungen und Richtlinien

In diesem Exkurs soll versucht werden, die in Nordrhein-Westfalen gültigen Richtlinien - zusammen mit dem Kultusministerbeschluß von 1968[23] - daraufhin zu analysieren, ob sie den Mathematikunterricht im Sinne der einen oder anderen fachdidaktischen Position normieren. Außerdem sollen auch die Teile der Empfehlungen untersucht werden, in denen die Theorieteile besprochen werden, die inhaltsanalytisch untersucht werden sollen - vgl. Teil II.3. Alle mir vorliegenden Richtlinien zerfallen insofern in zwei Teile, als neben allgemeinen Bemerkungen zu Zielen, Verfahren und Bedeutung des Mathematikunterrichts und dergl. Stoffpläne für die Klassenstufen oder Kurse angegeben werden. Zunächst soll es um die allgemeinen Bemerkungen gehen, und zwar werde ich zunächst die Richtlinien für Realschule und Höhere Schule in Nordrhein Westfalen analysieren ("RS 67 "und" Gymn 63"), die vor dem Beschluß der Kultusministerkonferenz ("KMK 68")

23
Es handelt sich um: Kultusminister NW (Hrsg.): Richtlinien für den Unterricht in der Realschule - Mathematik, Ratingen (Henn) 1967. Im Folgenden kurz: RS 67; Kultusminister NW (Hrsg.): Richtlinien für den Unterricht in der Höheren Schule - Mathematik, Ratingen (Henn) 1963, kurz: Gymn 63;
Kultusministerkonferenz (Beschluß der .... vom 3.10.1968): Empfehlungen und Richtlinien zur Modernisierung des Mathematikunterrichts an den allgemienbildenden Schulen, a.a.O., KMK 1968;
Kultusminister NW (Hrsg.): Empfehlungen für den Unterricht in der Realschule für das Fach Mathematik, Ratingen (Henn) 1973, kurz: RS 73;
Kultusministerium NW (Hrsg.): Mathematik - Unterrichtsempfehlungen Sekundarstufe I - Gymnasium, a.O., o.J. Kurz: Gymn - Sek I;
Kultusminister NW (Hrsg.): Curriculum Gymnasiale Oberstufe - Mathematik, Düsseldorf (Henn) 1972, 2. Ausgabe kurz: Gymn-Sek II;
Leider liegen mir für die Berufsschulen keine verbindlichen Richtlinien o.a. vor; auf Anfrage beim Regierungspräsidenten in Münster wurde mir mitgeteilt, sie würden gerade überarbeitet.

erschienen, danach die KMK - Beschlüsse und zuletzt die Empfehlungen für Gymnasium ("Gymn-Sek I" und Gymn-Sek II") und Realschule (RS 73), die auf die KMK-Beschlüsse folgten.

Die Richtlinien für die Realschule wie auch für die Höhere Schule beziehen sich - entsprechend ihrem Erscheinungsdatum - noch beide explizit auf die bildungstheoretische Didaktik[24], divergieren allerdings ansonsten stark. Die älteren Gymn 63 scheinen nämlich kaum das Ziel zu haben, den Unterrichtenden auf eine bestimmte didaktische Position hin auszurichten, vielmehr läßt man große Freiheit für die eigenen Entscheidungen ds Lehrers[25]. Auffällig ist noch die Betonung der philosophischen Durchdringung des Mathematikunterrichts, die immer wieder gefordert wird[26]. Zum Problem der Orientierung an der Fachwissenschaft oder an der (gesellschaftlichen) Wirklichkeit nehmen die Richtlinien explizit keine Stellung. Weder wird der Unterricht auf ein rein deduktives Vorgehen etwa im Sinne Dieudonnés festgelegt, noch wird er auf eine große wissenschaftliche Strenge verpflichtet[27]. Andererseits bleibt der Hinweis auf die Anwendungen der Mathematik recht vage, "an Beispielen ist die Rolle der Mathematik in Naturwissenschaft, Technik, Kunst, Soziologie und Wirtschaft aufzuzeigen." [28]

---

24 vgl. RS 67, a.a.O., S. II ff; Gymn 63, S. I ff.
zur zeitlichen Einschätzung vgl. I.1.2 dieser Arbeit.

25 Diese Tendenz wird besonders in der Unterscheidung von "Grundplan" und ergänzenden Stoffen deutlich, wobei der Grundplan nur die Hälfte (!) der Unterrichtszeit füllen soll. Für die Einschätzung der Richtlinien vgl. auch: Böddeker, W.-Dzewas, J. in einer Besprechung dieser Richtlinien in: ZDM, Heft 3 (1970), S. 83

26 z.B.: Gymn 63, a.a.O., S. 5 f.

27 vgl.: Gymn 63, a.a.O., S. 2 und S. 17

28 vgl.: Gymn 63, a.a.O., S. 2

Die neueren Richtlinien für die Realschule zeigen hier ein anderes Gesicht: Ausgehend von dem Verständnis der Realschule als der "Schule einer realistischen Grundbildung" "muß die Realschule in größerem Umfang als das Gymnasium Themenkreise aus dem wirtschaftlichen, dem technischen und dem sozialen Lebensbereich in den Unterricht einbeziehen, ... um dem Schüler einen Einblick in grundlegende Sachverhalte der industriellen Gesellschaft zu geben." [29] Konsequent, wenn auch entwicklungspsychologisch begründet, "muß der Unterricht weitgehend induktiv angelegt sein", [30] axiomatische Strukturen werden nur am Ende des Stoffplans als fakultative Abrundung des Mathematikunterrichts angeführt. Die Fachwissenschaft Mathematik spielt im allgemeinen Teil der Richtlinien nur eine Nebenrolle.

Desselbe kann man für die "Gründe der Modernisierung des Mathematikunterrichts" in den KMK-Beschlüssen von 1968 sagen, die außerdem eine "nicht unbedenkliche Einseitigkeit (zeigen) : Gegenüber den Überbetonung der Anforderungen der Gesellschaft auf." [31] Die Hoffnung, mit diesen Beschlüssen stringent eine "Wirklichkeits-orientierte" Didaktik des Mathematik formuliert zu finden, wird allerdings schon im darauf folgenden Abschnitt II. zur "Modernisierung des Mathematikunterrichts" gründlich enttäuscht. Hier wird die Schule auf die "axiomatisierende Methode" und die "Einsicht in mathematische Strukturen und die Beherrschung der zugehörigen Kalküle" verpflichtet, die dann "praktische Anwendungen einschließen" müssen.
Sieht man den Stoffplan auf solche Anwendungen hin durch, so findet

---

29 vgl.: RS 67, a.a.O., Vorwort und S. I, in gleichem Sinne S. 1 und 2.

30 vgl.: RS 67, a.a.O., S. 2

31 Sielaff, K.-Böddeker, W. in einer Besprechung der Beschlüsse, in: ZDM, Heft 2 (1970), S. 42

sich neben dem Linearen Optimieren nur noch Vorschläge unter den "Auswahlthemen für mathematisch-naturwissenschaftliche und wirtschaftwissenschaftliche Abschlußklassen."
"Modernisierung des Mathematikunterrichts" heißt für die Empfehlungen und Richtlinien der KMK anscheinend Orientierung an der Fachwissenschaft und Abbilden derselben in die Schule hinein. Lediglich der Schritt zum deduktiven Vorgehen wird nicht vollzogen.

Entsprechend dieser Ausrichtung an der Fachwissenschaft sind die allgemeinen Bemerkungen in den auf die KMK-Beschlüsse folgenden Richtlinien kurz gehalten.[32] Alle beziehen sich auf diese Beschlüsse, für die Sekundarstufe I sind sich Realschul- wie Gymnasialemfehlungen in ihrer Verpflichtung auf induktives Vorgehen einig[33]. Dennoch wirkt der Bildungsauftrag der Realschule[34] meines Erachtens in den entsprechenden Empfehlungen noch insofern nach, als die dort angebenen "Qualifikationen ... nicht in jedem Falle zwingend an mathematische Lerninhalte und Methoden gebunden (sind) in dem Sinne, als könnten sie nur durch Mathematikunterricht erricht werden, ..."[35]. Auch sollte der Unterricht "grundsätzlich problemorientiert sein. Es ist ... von Fragestellungen und Problemen der Naturwissenschaften, Technik, Wirtschaft, Gesellschaft und Kultur auszugehen, ..."[36]. Den Empfehlungen für die Sekundarstufe gemeinsam ist allerdings, daß die Stoff-

---

32 In Gymn-Sek II finden sich außer Unterrichtsorganisatorischen Fragen nur Erläuterungen zur Methodik dieser Empfehlungen.

33 vgl. RS 73, a.a.O., S. 65 und Gymn-Sek I, a.a.O., S. 81, wo aber die Axiomatik als Ziel dieses Vorgehens gleich mit angeführt wird.

34 vgl. Rs 67, S. I

35 RS 73, S. lo

36 RS 73, S. 65

pläne versuchen, die Behandlung mathematischer Theorien sinnvoll auf die Schuljahre oder Kurse zu verteilen; die dahinter stehenden didaktischen Positionen sind eindeutig "Mathematik-orientiert".

Interessanterweise wird diese Position von einem Gesprächskreis über eine Didaktik der Fachoberschule - also einer Schule des Berufsbildenden Schulwesens - abgelehnt.[37] Hier wird einmal für die Didaktik eines jeden allgemeinbildenden Unterrichtsfaches gefordet, daß sie "nicht allein fachsystematisch betrieben werden dürfen. Die Stoffauswahl und formale Ausrichtung in diesen Fächern muß sich maßgebend an den Stoffinhalten der Technologie und deren Bildungsziel orientieren".[38] Für die Mathematik wird verlangt: " ... ist ab dem zweiten Halbjahr der Klasse 11 die Mathematik nicht mehr als Einzeldisziplin zu behandeln, sondern in zunehmendem Maße ist ihr stofflicher Inhalt am Bildungsauftrag zu orientieren ..., sodaß eine echte Integration Technologie-Mathematik erreicht wird."[39]

Betrachtet man speziell die Teile der Stoffpläne der genannten Empfehlungen und Richtlinien, in denen auf die zu analysierenden Teilgebiete von Algebra und Analysis eingegangen wird, so ist zunächst einmal festzuhalten, daß sie im Wesentlichen den Themenkreisen 7 der Klasse 1 bis 6, 4, und 5 der Klassen 7 bis 1o (Algebra) sowie dem Themenkreis 1 sowie einem Aspekt von Themenkreis 4 der Klassen 11 bis 13 (Analysis) in den KMK-Richtlinien entsprechen. Es handelt sich mit Ausnahme der Behandlung der reellen Zahlen im Rahmen der Analysis

---

37 Nach meinen Unterlagen hat sich dieser Arbeitskreis Anfang 197o in Münster mit Fragen der Didaktik der Fachoberschule "Technik" und spezieller mit solchen der Didaktik der Mathematik an dieser Schulform beschäftigt.

38 Unveröffentlichtes Manuskript zu: "Bildungsziel und Didaktik der Fachoberschule "Technik" , o.O.,o.J., S. 5

39 Unveröffentlichtes Manuskript "Zur Didaktik der Mathematik in den Klassen 11 u. 12 der Fachoberschule", o.O.,o.J., S. 1

um für die entsprechenden Schulformen verbindliche Unterrichtsstoffe, ihre Behandlung im Rahmen der Schulbücher ist also gesichert.[4o]

Für das Gymnasium handelt es sich bei der Algebra nach den Richtlinien von 1963 gerade um den algebraischen Stoff der Untertertia (8 Klasse) und eines Teils der Obertertia (9. Klasse) (jeweils bis zur Behandlung der Potenzgesetze)[41]; in den neueren Unterrichtsempfehlungen bietet sich dasselbe Bild: die Unterrichtsgegenstände der Klasse 8 und die Nummer 2 der Gegenstände der Klasse 9 sind für die Analyse vorgesehen. Hier werden die Begriffe "Gruppe", "Ring", "Körper", "Relation", "Abbildung" und "Funktion" als den ganzen Mathematikunterricht durchziehend gefordert ("pertrahente Aspekte")[42]. Grundbegriffe der Aussagenlogik sollen nach diesen Empfehlungen vor der Behandlung der rationalen Zahlen gelehrt werden, entsprechend sind die Begriffe "Aussage", "Aussageform", "Grundmenge" und "Lösungsmenge" zum Beginn der Klasse 8 den Schülern nahezubringen. Zumindest in den Büchern des Gymnasiums kann also eine Behandlung dieser Themen erwartert werden. Innerhalb der Realschule verschiebt sich die Behandlung der von mir zu analysierenden Unterrichtsgegenstände insofern nach vorne, als bereits für die Klasse 7 die Einführung der rationalen Zahlen vorgesehen ist[43]. Die Behandlung der Begriffe "Aussage", "Aussageform" etc. der Gleichungslehre werden auch für die Realschule gefordert, der Relationsbegriff kommt allerdings nur in den neueren Empfehlungen zum Tragen, während der Funktionsbegriff auch schon in den Richtlinien von 1967 verbindlich ist[44]. Ansonsten sind die Lehrpläne von Gymnasium

---

4o Auch in allen anderen Richtlinien oder Empfehlungen zählen diese Gegenstände zum Standardstoff.

41 vgl. Gymn 63, a.a.O., S. 11 f.

42 vgl. Gymn-Sek I, a.a.O., S. 27 ff, 4o ff und 84ff.

43 so zumindest die Richtlinien RS 67, a.a.O., S. 9, in den Unterrichtsempfehlungen RS 73 gilt das nicht mehr, vgl. ebenda, S. 47

44 vgl.: RS 67 a.a.O., S. 9 ff; RS 73, S. 46 ff.

und Realschule für das zu untersuchende Stoffgebiet durchaus vergleichbar, was für die Validität der Inhaltsanalyse nur zu begrüßen ist.[45]
Zur Behandlung der Analysis dagegen verpflichten nur die Lehrpläne der Gymnasien, ich werde zu diesem Thema auch nur Bücher des Gymnasiums und der Fachoberschule analysieren. Die von mir zur Analyse vorgesehenen Themen gehören nach den Richtlinien von 1963 zum verbindlichen Unterrichtsstoff aller Gymnasien[46] ; in den ansonsten auf Wahlfreiheit des Schülers angelegten Empfehlungen für die Sekundarstufe II wird dazu explizit betont: "Die Komission ist der Meinung ..., daß in keinem Lehrgang auf Analysis verzichtet werden kann."[47] Mit diesem Stoff wurden also für die Inhaltsanalyse die unumstrittensten Unterrichtsgegenstände der Sekundarstufe II ausgewählt, sodaß auch für dieses Stoffgebiet mit einer sorgfältigen Behandlung in den Schulbüchern zu rechnen ist.
Inhaltlich kann schon an dieser Stelle vermutet werden, daß die Anwendungen der Differentialrechnung nach der formalen Behandlung stehen werden, nicht aber mögliche Anwendungen die Darstellung der Infinitesimalrechnung wesentlich beeinflussen werden. Eben dieses Vorgehen wird nämlich in den Lehrplänen vorgeschlagen[48], die Analysis-Lehrpläne gehen deutlich von einer "Mathematik-orientierten" Fachdidaktik der Mathematik aus.

---

45 Die Stellung dieses Begriffe in den Richtlinien ist deshalb interessant, weil die Algebra-Bücher speziell auf die Behandlung der o.g. Begriffe hin befragt werden sollen. Vgl. II.5.23

46 vgl. Gymn 63, a.a.O., S. 14 ff.

47 vgl. Gymn-Sek II, a.a.O., S. 8

48 vgl. z.B.: Gymn-Sek II, a.a.O., S. 49

II.4 Festlegung der zu untersuchenden Bücher

Ein Blick in die vom Kultusministerium veröffentlichte Liste der für NRW genehmigten Schulbücher der Fächer Mathematik bzw. Fachrechnen[49] zeigt bereits, daß man wohl kaum davon ausgehen kann, daß alle dort aufgeführten Bücher in den Schulen tatsächlich in nennenswertem Umfang verwendet werden. Auch bereits 1964/65 für den Bereich der BRD durchgeführte Untersuchungen über die Verbreitung von Mathematik-Schulbüchern lassen eine deutliche Konzentration auf einige wenige Unterrichtswerke vermuten.[5o] Allerdings ist auch nach Heranziehung weiterer Untersuchungen zur tatsächlichen Verwendung von Mathematik-Schulbüchern besonders an Gymnasien[51] eine für die Zwecke der Inhaltsanalyse genügend zuverlässige Aussage nicht möglich. So entschied ich mich zu einem eigenständigen Verfahren der Häufigkeitsfeststellung für die Schulbücher.

---

49 Verzeichnis der genehmigten Lernmittel für die allgemeinbildenden Schulen für das Schuljahr 1972/73, RdErl. des Kultusministers v. 18. April 1972, veröffentlicht im Gemeinsamen Amtsblatt des Kultusministeriums und des Ministeriums für Wissenschaft und Forschung des Landes NRW, Ausgabe A, 24, Jg., 2. Sonderheft, S. 21 f und S. 34 ff, sowie ebenda im 3. Sonderhelft, S. 7 f.

5o vgl. Edelstein, W. et al., Unterrichtsstoffe und ihre Verwendung in der 7. Klasse der Gymnasien in der BRD - Eine empirische Untersuchung, Berlin (Studien u. Berichte des Max-Planck-Institut für Bildungsforschung), S. 128 f.

51 Töpfer, Hans, Mathematische Lehrgänge zwischen Gymnasium und Universität, in : Praxis der Mathematik, 11. Jg. (1969), S. 128, sowie eine bisher unausgewertete Befragung des Fachbereichts Mathematik der Universität Münster vom Beginn des Wintersemesters 1971/72, wo nach dem zuletzt an der Schule benutzten Mathematikbuch gefragt wurde. Die von mir durchgeführte Auswertung der Anworten brachte zwar eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen in Praxis der Mathematik, haben aber wie die Töpfersche Untersuchung den Nachteil, daß sie nur Aussagen über die Oberstufenbände des Gymnasiums machen. Die Ergebnisse finden sich am Schluß des Anhangs II, Tabelle II.4.

Zu diesem Zweck wurden die Fachleiter der Realschulen, Gymnasien und berufsbildenden Schulen in NRW für das Fach Mathematik schriftlich danach befragt, welche Bücher im Bereich ihres Bezirksseminars am häufigsten verwendet werden.[52] Die Fachleiter für Mathematik befragte ich deshalb, weil ich bei ihnen ein Interesse an didaktischen Fragen voraussetzte, was eine relativ hohe Rücksendequote erwarten ließ. Zum zweiten haben die Fachleiter durch ihre Tätigkeit an mehreren Schule einen gewissen Überblick darüber, welche Bücher an verschiedenen Schulen eingeführt sind.

Die Fachleiter für das Lehramt an Realschulen und Gymnasien erfüllten dabei weitgehend meine Erwartungen, indem sie fast vollzählig auf meine Fragen antworteten. So war es möglich, eine gute Übersicht über die an Realschulen und Gymnasien verwendeten Bücher zur Algebra sowie die an den Gymnasien zur Analysis im Gebrauch befindlichen Unterrichtswerke zu erhalten. Die Informationen über Analysis-Bücher stimmten dabei auch einigermaßen mit den neueren Informationen zum Schulbuchgebrauch in den Oberstufen überein, die ich aus anderen älteren Quellen hatte.[53]

Für die Algebra-Bücher der beiden in die Untersuchung einbezogenen Schultypen des allgemeinbildenden Schulwesens wie die Analysis-Bände der Gymnasien wählte ich dann jeweils die fünf häufigsten Unterrichtswerke für die Inhaltsanalyse aus.[54]

---

52 Eine ausführliche Darstellung dieser Befragung findet sich im Anhang II.

53 vgl. Anm. 51

54 Bei drei Unterrichtswerken der Realschule, Unger/Traeger: Mathematik, Hannover (Schroedel), Breidenbach u.a.: Mathematik, Braunschweig (Westermann), waren allerdings die Bände für das 9. Schuljahr noch nicht für das Schuljahr 1972/73 erschienen, für eine Analyse des Algebra-Themenkreises aber vorgesehen. Im Laufe der Untersuchung waren dann die Bände der beiden letzten Unterrichtswerke verfügbar, diese Werke wurden auch in die Analyse einbezogen. Bei Unger/Traeger war das nicht möglich, was wegen der wenigen Nennungen als nicht zu gravierend erscheint.

Im berufsbildenden Schulwesen dagegen gestaltete sich die Bücherauswahl sehr viel schwieriger. Einmal sind mir nämlich für diesen Schulbereich keine Veröffentlichungen darüber bekannt, welche Bücher tatsächlich an den Schulen verwendet werden. Zum anderen erwies sich das auch versuchte Verfahren der brieflichen Fachleiter-Befragung als ungeeignet, weil trotz einer der Zusendung nachfolgenden Bitte um Beantwortung des Fragebogens die Rücksendequote so niedrig lag, daß die Repräsentativität der vorliegenden Antworten nicht als gesichert angesehen werden kann. Außerdem war von den Fachleitern von vorneherein nur eine Aussage über den Schulbuchgebrauch in den Fachoberschulen und Handelsschulen zu erwarten, da der Fachrechenunterricht in der Teilzeitberufsschule nicht in ihren Zuständigkeitsbereich fällt.

Um dennoch auch für die Berufsschulen einigermaßen an der Schulrealität zu bleiben, informierte ich mich für die Teilzeitberufsschulen einerseits bei den Fachleitern des Bezirksseminars Münster für das Lehramt an Berufsbildenden Schulen - Sparte Elektrotechnik und Metallverarbeitung - über die nach ihrer Meinung meistverwendeten Bücher zum Fachrechnen ihres Berufsfeldes, befragte aber daneben noch die in Münster befindlichen Berufsschulen nach den in ihnen eingeführten Unterrichtswerken im Fach Mathematik bzw. Fachrechnen. Zusammen mit den spärlich eingegangenen Antworten der Mathematik-Fachleiter der Berufsschulen bildeten die so gesammelten Informationen die Grundlage des Wahl der zu anlaysierenden Bücher aus dem berufsbildenden Schulwesen. Die Repräsentativität der Auswahl kann hier nicht in dem Maße wie beim allgemeinbildenden Schulwesen als gesichert gelten.

Für die Inhaltsanalyse wurden in jeder Berufssparte - Elektrotechnik, Metallverarbeitung und kaufmännische Berufe - drei Bücher ausgewählt, deren häufige Verwendung nach den mir vorliegenden Informationen sicher erschien. Hinzu kamen sieben Bücher, deren Benutzung an Vollzeitschulen des berufsbildenden Schulwesens (Fachschulen und

und Fachoberschulen) gesichert war, die das Themengebiet der Algebra behandeln[55], außerdem wurden zwei Analysis-Bände untersucht, die an Fachoberschulen im Gebrauch sind[56].

Nachdem so die zu analysierenden Bücher feststanden, wurden in einem zweiten Schritt die Abschnitte der Bücher festgelegt, die zu analysieren waren. Entsprechend den in II.3 festgelegten Verfahren wurden die gesamten Fachrechenbücher für die Analyse vorgesehen, während in den Algebra- und Analysis-Bänden von Gymnasium und Realschule einzelne Abschnitte auszusondern waren. Gemäß der Stoffbestimmung aus II.3 war in den Algebra-Bänden die Behandlung quadratischer Gleichungen die Grenze, bis zu der die Analyse reichen sollte, sie beginnt jeweils bei der Behandlung von Termen bzw. Gleichungen, schließt jedoch bei einigen Büchern wegen der speziellen Stoffanordnung im Buch die Behandlung der Bruchrechnung ein. Bei den Analysis-Bänden war die Abgrenzung relativ leicht durchzuführen.

Bei den Büchern der Berufsfachschulen wie der Fachoberschule erwies bereits eine flüchtige Durchsicht der Inhaltsverzeichnisse, daß in diesen Büchern der Stoff im Wesentlichen wie in den Algebra-Bänden der allgemeinbildenden Schulen aufgebaut ist. Die Textbegrenzung für die Inhaltsanalyse wurde also wie bei Realschule und Gymnasium durchgeführt.

---

55 Die Tatsache, daß sich in diesen Büchern ein dem Algebra-Stoff der Bücher aus Gymnasium und Realschule vergleichbarer Themenkreis dargestellt wird, muß selbst zu den wesentlichen Ergebnissen der Arbeit gezählt werden.

56 Auch bei den Analysis-Bänden ist die Vergleichbarkeit der Bücher der Berufsschulen und der allgemeinbildenden Schulen hervorzuheben. Teilweise werden sogar die gleichen Bücher bzw. Kurzausgaben von Gymnasialbüchern an der Fachoberschule verwendet. Vg. auch die Anmerkung am Ende des Anhangs III.

5. Textsorten - Kategorien - Zähleinheiten

Wie schon in den Punkten II.3 und II.4 angedeutet, sollen zwei Arten von Schulbüchern unterscheiden werden : Zum einen werden nämlich die Fachrechen-Bücher der Teilzeitberufsschule aus den Berufsfeldern Elektrotechnik, Metall und dem kaufmännsichen Bereich untersucht, danaben steht die Gruppe der Algebra- und Analysis-Bände, die primär nach ihrem mathematischen Inhalt ausgewählt wurden. Dabei bleibt eine Unterscheidung der Bücher danach, an welchen Schulformen sie verwendet werden, zunächst unberücksichtigt, weil sie in ihrem inhaltlichen Aufbau - zumindest bei den untersuchten mathematischen Gegenständen - vergleichbar sind. Die Analysekategorien sind gemäß dieser groben Einteilung der Bücher zu wählen.

5.1 Analyse der Bücher der Teilzeitberufsschule

Innerhalb der Didaktik der Mathematik oder des Rechnens sind mir keine ernstzunehmenden Versuche zu einer Didaktik des Fachrechnens an den berufsbildenden Schulen bekannt, was zwar die Beschränkung der fachdidaktischen Diskussion auf die Probleme des allgemeinbildenden Schulen wiederum deutlich macht, für die vorliegende Untersuchung bedeutet das jedoch das vollständige Fehlen von der Analyse vorzugebenden Kriterien. Dennoch kann versucht werden, die in systematischer Absicht entwickelten Vorstellungen zur Verwertung von Mathematik derart anzuwenden, daß nach der Art der Verwertung im Sinne der Abschnitte I.2 und I.3 gefragt werden kann, wobei der Verwertungsbereich durch das jeweilige Berufsfeld vermutlich weitgehend fixiert ist. Allenfalls die Anteil berufsfremder Mathematik-Verwertung sowie der Anteil formaler Mathematik kann noch interessieren.

Wegen des Mangels spezifischer didaktischer Positionen für dieses spezielle Teilgebiet der Fachdidaktik soll die Analyse hermeneutisch

vorgehen, Analyse-Kategorien sollen neben den schon erwähnten allenfalls bei der Durchführung Untersuchung entwickelt werden.

5.2 Analyse der Algebra- und Analysis-Bände - Textsorten

Da die Fachdidaktik bezüglich allgemeinbildender Schulen sehr viel weiter entwickelt ist - und die Algebra- und Analysis-Bände der Vollzeitberufsschulen unter denselben Gesichtspunkten wie die der allgemeinbildenden Schulen analysiert werden sollen, ist für diese Bände ein metholdisch aufwendigeres Analyseverfahren vorgesehen.
Aus der in I.3 referierten Diskussion innherhalb der Mathematikdidaktik ergibt sich zunächst eine Dreiteilung innerhalb der zu untersuchenden Buchteile: Von der "Wirklichkeits-orientierten" Didaktik her müßte man die Darstellung von realen - oder bereits aus der Realität abstrahierten Situationen finden können, bei der es nicht um die Präsentation mathematischer Inhalte, vielmehr um Material geht, in dem mathematische Strukturen identifiziert werden können.
Zum zweiten müssen wir mit der - möglicherweise deduktiven - Darstellung mathematischer Theorien rechnen, die durch eine an der Fachwissenschaft orientierte Wortwahl und eine kontrollierte Verwendung von Schlußweisen gekennzeichnet sein wird. Die aus der Wissenschaft Mathematik bekannten Darstellungsformen Axiome, Definitionen, Sätze mit eventuell deutlicher Trennung von Voraussetzung, Behauptung und Beweis sowie die an der Theorie orientierte Darstellung von Beispielen und der Aufweis von Modellen zu einer axiomatisch bestimmten Theorie sollen zu dieser Textart gezählt werden.
Drittens wird uns mit Sicherheit eine Fülle von Aufgaben gegegnen, die sich an der klar umrissenen Aufgabenstellung - möglicherweise im Gegensatz zur Präsentation von Situationen wie bei der ersten Textart - sowie durch ihre Kürze identifizieren lassen. Hier sind Aufgaben-

stellungen aus der Mathematik selbst wie auch aus anderen Bereichen denkbar.

Um die Unterrichtswerke danach beurteilen zu können, die Verfasser die relativen Gewichte der einzelnen Textsorten verteilt wissen wollen, sollen die einzelnen Textsorten in ihrem Umfang (nach Viertelseiten) gemessen werden. Daraus werden - um die Vergleichbarkeit zu sichern - die Prozentanteile der Textsorten am gesamten analysierten Text für jedes Buch (bzw. Unterrichtswerk) errechnet.

Bei der Analyse dieser drei Textarten soll es nicht nur um eine Darstellung des Vorhandenen unter dem Kriterium der statistisch bedeutsamen Häufigkeit (Quantität) gehen, vielmehr ist die Frage nach der "Qualität" der Texte von vordringlichem Interesse. In diesem Sinne geht es bei der hier angezielten Inhaltsanalyse nicht nur um die Sortierung von Textteilen unter Kategorien zur statistischen Auswertung, vielmehr auch um eine Qualifikation der Texte in Hinsicht auf in diesem Falle didaktische Standards. (Die Auswertung erschöpft sich also nicht in der Auszählung des Vorkommens von Texteinheiten, die unter bestimmte Kategorien fallen, sowie in der statistische orientierten Auswertung dieser Häufigkeiten.) Ein solches Vorgehen wäre auch bei der kaum durchzuführenden Operationalisierung der Standards dem Erkenntnisinteresse der Arbeit völlig unangemessen. Vielmehr soll versucht werden, die Texte über - hermeneutisch gewonene - Kategorien so zu qualifizieren, daß sinnvolle und methodisch gesicherte, was auch heißt : empirisch validierte, Aussagen über die untersuchten Texte möglich sind. Da wir von vorneherein von drei in der Struktur und im Inhalt verschiedenen, gleichwohl parallel zu untersuchenden Textsorten ausgehen, wird die Kategorisierung für die verschiedenen Textarten unterschiedlich aussehen.

5.2.1 Kategorien zu situationspräsentierenden Texten

Entsprechend den in I.2 und I.3 erarbeitenten Vorstellungen scheint zunächst einmal die Frage nach dem Bereich interessant, aus dem die Situation herausgenommen ist. An dieser Frage wären etwa Ausblendungen von Anwendungen der Mathematik innerhalb der Schule aufzuweisen, wenn sich klare Ausfälle ergeben sollten.

Bereits in I.2 .3 hatte ich eine grobe Einteilung in Bereiche der Verwertung von Mathematik herausgestellt. Es ergab sich die Verwendung von Mathematik:

1. innerhalb der Mathematik und anderer "Strukturwissenschaften"
2. innerhalb anderer Wissenschaften
3. im ökonomischen Bereich
4. im technologischen Bereich
5. sonstige Verwendungen.[57]

Da es sich bei den situationspräsentierenden Texten um außermathematische Situationen handeln soll, ist natürlich für die Analyse dieser Textsorte die 1. Kategorie überflüssig. Für den unter 2. genannten Bereich bietet sich eine zusätzliche Gliederung nach den gängigen Wissenschaftsdisziplinen an; leider ist mir jedoch keine Auflistung aller wissenschaftlichen Anwendungsgebiete der Mathematik bekannt - von einer Abschätzung etwa ihrer Bedeutung für die Mathematik oder gar ihrer gesellschaftlichen Bedeutung ganz zu schweigen. Angesichts dieses Mangels soll die Analyse mit einer pragmatischen Unterscheidung folgender Wissenschaften versucht werden: Physik / Chemie / Biologie / Nationalökonomie / Soziologie / Jurisprudenz / Psychologie / Medizin / Philo-

---

57 Die von H.O. Pollak unterschiedenen Bereiche "every-day-life" und Wissenschaften werden durch diese Kategorien nur präzisiert, bleiben hier also unbeachtet. Die "Whimsical Applications" spielen noch unter 5.2.4 eine Rolle. Zu Pollak vgl. I.3.1

sophie / Sonstige[58].

Für die Unterscheidung des ökonomischen Bereiches von den anderen spricht nicht zuletzt das innerhalb der Didaktik reflektierte "bürgerliche Rechnen"[59]. Probleme der technischen Beherrschung wirtschaftlicher Prozesse sollen dabei dem 4. Bereich Technologie zugeordnet werden, sodaß für die Ökonomie neben Problemen der Profitmaximierung im Wesentlichen monetäre Vorgänge zu katalogisieren sind.
Neben der Frage, aus welchem Bereich die dargestellten Situationen stammen, wäre es im Lichte der in I.3.1 erarbeiteten Vorstellungen interessant, wie diffus und instrukturiert die Situationen in den Mathematikbüchern dargestellt werden. Andererseits ist es jedoch zweifelhaft, ob in Zusammenhang mit einem über mathematische Inhalte (vermutlich) strukturierten Text Situationen präsentiert werden, die die Verwendung mehrerer mathematischer Theorien zu ihrer Bewältigung nahelegen.

5.2.2 Kategorien zu Mathematik-präsentierenden Texten

Bei den Textteilen, die der Darstellung mathematischer Inhalte dienen, geht es um eine Qualifizierung der Texte im Sinne der in I.3.1 erarbeiteten didaktischen Positionen. Diesem Anspruch soll durch die Kategorisierung der Texte unter den folgenden Leitfragen genügt werden:
1. Geht der Text induktiv von speziellen Fällen einer mathematischen Struktur zu immer allgemeineren Gestzmäßigkeiten vor oder versucht er

---

58 Offensichtlich ist die Einteilung wissenschaftstheoretisch ungesichert. Dennoch erhoffe ich eine für die Arbeit wirkungsvolle Verwendung der Kategorien. Die Gliederung orientiert sich teilweise an den in Heft 11, 6. Jg.(1953) des "Studium Generale" angeführten Anwendungen der Mathematik auf Einzelwissenschaften.

59 vgl. etwa Kirsch, A., Eine Analyse der sogenannten Schlußrechnung, in MPhSB, Bd. 16 (1969), S. 41 - 55

eine Deduktion aus am Textbeginn oder vorher präsentierten Grundsätze (die nicht unbedingt Axiome im Sinne der Fachmathematik sein müssen)?

2.1 Präsentiert der Text explizit gewisse Forderungen oder Sätze als Axiome, von denen aus möglicherweise die dargestellten Sätze als Folgerungen hergeleitet werden?

2.2 Orientiert sich der Text am Schema Definition- Satz mit Voraussetzung, Behauptung, Beweis - eventuell folgendes Beispiel ?

2.3. Genauer ist festzustellen, ob die gerade genannten Begriffe implizit das Vorgehen steuern, explizit verwendet werden oder gar expliziert werden.[60]

3. Orientiert sich der mathematische Text eher an der Präsentation von Beweisen oder der Lösung von Problemklassen durch Einführung von Algorithmen ?

Frage 2.1 wird für die Analyse in der Form präzisiert, daß die Algebra-Bücher daraufhin durchgesehen werden, ob und in welcher Form die Begriffe "Gruppe", "Ring","Körper" (vor allem im Zusammenhang mit den Gesetzen der rationalen Zahlen) vorkommen. Wenn auch mit diesen Begriffen die dem analysierten Stoff zugrundeliegenden Axiomensysteme umrissen sind, soll dazu für die Gleichungslehre noch das Vorkommen der Begriffe "Aussage (form)", "Term" und "Definitionsmenge" ("Grundmenge") wie auch "Lösungsmenge" ("Erfüllungsmenge"), die Funktionenlehre auf die Begriffe "Relation" und "Funktion" hin untersucht werden.[61]

---

60 Die Fragen unter 1. und 2. sind auch durch den Vortrag von Zofia Krygowsky motiviert: Le texte mathématique dans l 'enseignement, abgedruckt in: ESiM, 2. Jg. (1969/7o),S. 36o-37o, in dem sie die These vertritt, daß sowohl induktive wie die deduzierende Darstellungen in Schulbüchern berechtigt sind, die deduzierende nicht zuletzt,weil sie die in fachmathematischen Texten übliche ist.

61 Im Einzelnen wird unterschieden:kommt nicht vor-wird nur am Rande eingeführt-wird als Definition anhand von Beispielen aus der Mathematik eingeführt-wird als Definition anhand auch von außermathematischen Beispielen eingeführt - wird ohne Beispiele definitorisch bestimmt - wird nach dem exakt analysierten Teil des Buches definiert.

Mit den angeführten Begriffen scheinen mir die von der Mathematik her zentralen Begriffe des zu analysierenden Algebra-Gebietes abgedeckt zu sein.

In den Analysis-Bänden dagegen soll nach der Axiomatik der reellen Zahlen gefragt werden, wobei die verschiedenen Möglichkeiten einer axiomatischen Fixierung der Vollständigkeit der reellen Zahlen[62] gesondert erfaßt werden. Dazu wird untersucht, ob die einzelnen Bücher die axiomatische Methode selbst explizit thematisieren.[63]

Bei diesen Texten ist also ein teilweise hermeneutisches Vorgehen intendiert, wobei die Leitfragen den Versuch steuern sollen, den Text im Sinne der erarbeiteten Standards zu charakterisieren. Die Antworten auf die einzelnen Fragen dürften dabei jeweils spezielle Muster bilden, von denen ich zwei idealtypische kurz darstellen und interpretieren will.

Zum einen sind mathematische Texte vorstellbar, die bei induktivem Vorgehen unter Vermeidung von Axiomen, Definitionen und Sätzen Lösungsstrategien (Algorithmen) für gewisse Problemklassen aufzeigen, die selbst möglicherweise in voraufgehenden oder nachgestellten "Situationen" vorkommen. Bei einer solchen Darstellung tritt die Fachmathematik in der Darstellung wie möglicherweise auch als Steuerungsinstrument weitgehend in den Hintergrund, die Bewältigung bestimmter Probleme scheint das Primäre zu sein.[64]

Dagegen ist ein deduktiv verfahrender Text denkbar, der - ausgehend von als Axiomen ausgewiesenen Forderungen, die auch den fachmathematischen

---

62 Existenz der kleinsten oberen Schranke - Archimedisches Axiom und Intervallschachtelungsaxiom - Dedekindscher Schnitt

63 Im Verlauf der Analyse erwies sich noch eine Auszählung als sinnvoll, wieviel der mitgeteilten Sätze ohne Beweis oder zumindest mit einem Beweishinweis versehen sind und wieviele der angeführten mathematischen Beispiele hinführenden oder illustrativen Charakter haben. Vgl.dazu III.2.3

64 Hinter einem algorithmen-orientierten Text würde ich eher eine Situations-bezogene didaktische Position vermuten.

Ansprüchen an ein Axiomensystem genügen[65] - aus den gegebenen oder inzwischen bewiesenen Voraussetzungen Folgerungen formuliert und beweist. Solches Vorgehen würde ich als eindeutig durch die Fachmathematik gesteuertes kennzeichnen.
Es versteht sich von selbst, daß zwischen diesen beiden Extremen ein weites Feld möglicher "Kompromisse" liegt.

5.2.3 Kategorien zu den Aufgaben

Bei den Aufgaben wiederum soll der Analyseschwerpunkt auf quantitativen Verfahren liegen : Zunächst sollen - mit der Viertelseite als Zähleinheit - die Anteile dreier Aufgabentypen ausgezählt werden.[66] Es wird dabei unterschieden:

1. "Einsetzaufgaben", die schematisches Anwenden bereits präsentierter mathematischer Theorie erfordern,
2. Aufgaben, die den Beweis mathematischer Sätze erfordern. Hierzu sollen auch über den Stoff hinausgehende Vermutungen und Themen mathematischer Aufsätze gezählt werden, weil auch in solchen Aufgagen ein Überblick über mathematischer Theorieteile gefordert ist,
3. "eingekleidete Aufgaben", die von Schüler die Umsetzung der Angaben der Aufgabe in einen formalen Lösungsansatz verlangen.

Auch diese Anteile sollen dann prozentuiert werden, um die Vergleichbarkeit zwischen den Büchern bzw. Unterrichtswerken zu sichern.
Zusätzlich dazu soll bei den "Beweis-" bzw. "Wiederholungsaufgaben" die Verteilung auf folgende drei Untertypen ermittelt werden:

---

65 Etwa die der Unabhängigkeit, Widerspruchsfreitheit etc.

66 Nach einer flüchtigen Durchsicht der Aufgaben in den Schulbüchern ergab sich diese Aufteilung. Auch der Hinweis von Freudenthal, Hans: Mathematik als pädagogische Aufgabe, Band ;, Stuttgart (Klett) 1973, S. 112 f. auf das schematische Einsetzen spezieller Werte in bekannte Formeln etc. spielte bei der Kategoriesierung eine Rolle.Das Auszählen nach einzelnen Aufgaben schien hier nicht sinnvoll,weil die Aufgaben des ersten Typs relativ wenig Platz einnehmen,Vergleichsmöglichkeiten für die Gewichtung durch die Buchautoren wären so sehr beschränkt.

2.1 Wiederholungsfragen/Themen "mathematischer Aufsätze"

2.2 Aufforderung zu weiterführenden Vermutungen über den bisher behandelten Stoff hinaus.

2.3 Beweisforderungen mit Angabe der Voraussetzungen und des zu beweisenden Sachverhalts.

Zähleinheit soll in diesem Falle die einzelne Aufgabe sein.

Bei den "eingekleideten Aufgaben" (Typ 3) soll wiederum die Frage interessieren, aus welchem Bereich die Aufgabe gestellt ist.[67] Als Kategorienschema soll dabei die schon für die Situationspräsentierenden Texte angeführte Bereichsgliederung dienen - vgl. 5.2.2. Für die Aufgaben kommt natürlich auch der Bereich der Anwendungen innerhalb der Mathematik und der Strukturwissenschaften in Frage, dazu werde ich noch die von Pollak aufgeführten "Whimsical Applications" unterscheiden, die ich im Sinne Lietzmanns durch die Begriffe "Rätsel" und "Scherzaufgaben" konkretisiert wissen möchte[68]. Hier soll wiederum die Aufgabe als Zähleinheit dienen, wobei jede vollständig ausformulierte Aufgabe als einzelne gezählt werden soll[69]. Werden allerdings im Text nur verschiedene Werte für die in der Aufgabe benutzten Größen vorgegeben, so zählt die Aufgabe nur einmal.

Weiterhin sollen die Unterrichtswerke noch daraufhin charakterisiert werden, ob sie selbst die Aufgaben in verschiedene Kategorien einteilen. Hier soll es wiederum primär darumgehen, die in den Schulbüchern vorhandenen Unterscheidungen zur Kenntnis zu nehmen.

---

67 Die Aufgaben des ersten Typs ("Einsetzaufgaben") kann man vollständig der Mathematik zurechnen, wenn es wiederum um eine Abschätzung der Gewichtung von Fachwissenschaft und anderen Gesichtspunkten geht.

68 vgl. wieder: Pollak, H.O.: How can we teach Applications of Mathematics?, in EsiM, 2.Jg. (1969/70), s.397; sowie Lietzmann, Walter: Methodik des Mathematischen Unterrichts, Heidelberg (Quelle & Meyer), 1951, S. 79

69 So zählen etwa die Aufgabenteile "a", "b" etc. unter o.g. Bedingungen einzeln. Vgl. typisch: Titze-Feuerlein, Algebra 1, a.a.O.

5.2.4 Zusammenfassung

Zusätzlich zu den Textsortenspezifischen Untersuchungen sollen einige globale Angaben die Beurteilung des einzelnen Buches erleichtern und helfen, es in die Analyse einzufügen. Dazu gehören:

1. Angabe des Schultyps (der Schultypen), an denen das Buch nach den mir vorliegenden Informationen benutz wird. Angabe des Verlags, in dem das Buch erschien.
2. Kennzeichnung des Zeitraums, in dem die didaktische Konzeption des Buches vermutlich entstanden ist.

   Hier wurden drei Kategorien gebildet:
   1. Neuerscheinungen, Erstauflagen
   2. Bücher der 2. bis 5. Auflage
   3. Werke, die mindestens in der 6. Auflage vorliegen.
      Als Kriterium wurde deshalb die Auflage - und nicht das Erscheinungsjahr gewählt, weil es einmal im Gegensatz zum Erscheinungsjahr - für all Bücher feststellbar war; zum anderen lassen die Erscheinungsjahre kaum Schlüsse auf die Entstehungszeit der didaktischen Konzeption des Buches zu, weil zum Teil nur Erscheinungsjahre von verbesserten Neuauflagen festzustellen waren, nicht aber der Umfang der Verbesserung.

3. Angaben darüber, ob

3.1 im Buch auf die Geschichte der Mathematik eingegangen wird,

3.2 das Buch eine Zusammenstellung der wichtigesten Sätze und Definition sowie ein Register enthält,

3.3 im Buch Farben verwendet werden.

Zusammenfassend soll noch einmal dargestellt werden, wie die Inhaltsanalyse der Algebra- und Analysis-Bände vor sich gehen soll. Die Reihenfolge der Aufzählung soll auch die der Analyse sein.

1. Schritt:

Die zuletzt angeführten Daten zur Charakterisierung des Buches nach Schultyp, Verlag, "Alter", Geschichte der Mathematik und Ausstattung

werden festgestellt.

2. Schritt:

Die zu analysierenden Textteile werden in den Büchern identifiziert.

3. Schritt:

Die unter 2. bestimmten Textteile werden auf die Zugehörigkeit zu den drei Textsorten Situations-präsentierende Texte, Mathematik-präsentierende Texte und Aufgaben hin analysiert. Die Länge der einzelnen Textsorten wird festgestellt.

4. Schritt:

Die einzelnen Textsorten werden nach den in 5.2.1 bis 5.2.3 angegebenen Kategorien analysiert.

5. Schritt:

Auswertung und Interpretation der Ergebnisse.

III. Ergebnisse

III.1 Die Bücher der Teilzeitberufsschule

Analog dem Verfahren bei den Analysis- und Algebrabüchern[1] ist auch bei den Büchern der Teilzeitberufsschule[2] der Seitenanteil folgender Textsorten ausgezählt worden: Situationspräsentierende Texte - Mathematik-präsentierende Texte - Aufgaben.[3]

Bedenkt man, daß er sich bei den untersuchten Büchern um Fachrechenbücher handelt, so fällt zunächst der niedrige Anteil mathematischer Texte auf. Kaum mehr als ein Zehntel widmen die Bücher der Darstellung mathematischer Sachverhalte, wobei die beiden Bücher Nr. o3 und o8 den Durchschnitt auf diese Höhe bringen, weil sie relativ zum Rest der Bücher extrem umfangreiche mathematische Texte präsentieren.

Demgegenüber sticht der hohe Platzanteil der Aufgaben (im Durchschnitt 55,4 %, also mehr als die Hälfte) ins Auge, wobei die bereits genannten Bücher wiederum die Extremfälle (hier mit niedrigem Aufgabenanteil) bilden.

Den Situationen wird im Durchschnitt ein Drittel des Platzes eingeräumt, auch hier fällt das Buch Nr. o8 - zusammen mit Nr. o4 - deutlich aus dem Rahmen. Schon diese quantitativ verfahrende Analyse zeigt, das es sich bei diesen Büchern im Wesentlichen um Aufgabensammlungen handelt, in denen die Mathematik allenfalls eine periphere Rolle spielt[4], jedenfalls geht es nicht oder nur neben bei um die Vermittlung mathematischer Inhalte.

---

[1] Zu den Kategorien und dem Verfahren vgl. II.5.2

[2] Eine Liste der Bücher findet sich im Anhang III

[3] Eine vollständige Darstellung der Ergebnisse dieser Auszählung ist im Anhang IV, Tabelle A1 wiedergegeben.

[4] Buch o4 repräsentiert wohl den Extremtyp mit einem Aufgabenanteil von mehr als 3/4, die Mathematik nimmt in diesem Buch kaum 1/2o des Raumes ein.

Eine mehr inhaltlich verfahrende Analyse deckt ein Faktum auf, daß dem o.g. Ergebnis zunächst widersprechen könnte: Mit einer Ausnahme - dem Buch o1 - beginnen nämlich alle untersuchten Bücher mit einem längeren Abschnitt mathematischer Texte (und dazugehörigen Aufgabensammlungen), ja die Mathematik-präsentierenden Texte finden sich hintereinander am Beginn der Bücher, nur drei der acht mit den mathematischen Texten beginnenden Bücher streuen später noch einmal kurze mathematische Texte ein[5].

Die Mathematik spielt in diesen Büchern eindeutig die Rolle eines Handwerkszeugs, mit dem man umgehen können sollte, dessen Funktionsweise aber nicht unbedingt verstanden werden muß. Dementsprechend fehlen Begründungen (von Beweisen ganz zu schweigen) für mitgeteilte mathematische Sachverhalte durchweg, sie werden meist an einem Beispiel illustriert.

Auf die Bereitstellung dieses Werkzeuges - einschließlich einer Einübung in dessen Gebrauch in Form von Aufgaben - folgt dann die Behandlung berufsfeldtypischer Situationen mit diesem Werkzeug, wobei die Darstellung dieser Situationen und ihre Behandlung unterschiedlich viel Raum einnimmt[6].

In der Konzeption des Vorgehens bei den doch für unterschiedliche Zielgruppen konzipierten Unterrichtswerken zeigt sich eine überraschende Gleichförmigkeit: Allein 5 Werke folgen im Aufbau ihres meist weniger

---

5 Hierbei handelt es sich um die Bücher oo, o4, o5, inhaltlich geht es um die Besprechung der Darstellung von Funktionen durch Schaubilder, die Winkelfunktionen und den Satz des Pythagoras, d.h. gerade die Inhalte, die in den entsprechenden Berufsfeldern - Metallverarbeitung und Elektrotechnik - über den Stoff der einfachen Gleichungslehre hinaus gebraucht werden. Im kaufmännischen Bereich erscheinen diese Inhalte erst garnicht - wenn man von Buch o8 absieht, das ohnehin eine Sonderstellung einnimmt. Dazu weiter unten.

6 vgl. die Tabelle A1 im Anhang IV.

als eine volle Druckseite umfassenden Darstellungsteils dem Schema "Darstellung eines Sachverhalts" - "Beispiel(e) mit Lösung".[7] Darstellung eines Sachverhaltes kann hier die Einführung neuer Begriffe, die Angabe einer Regel, die Erläuterung eines Maschinenteils, eines physikalischen Gesetzes oder die Mitteilung einer Formel sein, in allen o.g. Fällen folgt darauf die Darstellung von einem oder mehreren Beispielen. Aber noch weitere 2 Bücher weichen nur wenig von dieser Methodik ab, indem sie entweder diese Abfolge noch weiter untergliedern[8] oder ganz auf Beispiele mit Lösung zugunsten einer nahezu ausschließlichen Vorgabe der Formeln mit erläuternden Skizzen verzichten[9]. Bei immerhin 7 von 9 Büchern kann man also eine weitgehende Übereinstimmung im methodischen Vorgehen festhalten.

Auch bei dem achten Buch[10] finden sich noch Anklänge an diese Darstellungsweise, es vermeidet aber die starre Abfolge von Darstellung und gelöstem Beispiel durch einen Wechsel von einführenden Kopfrechenaufgaben, hinführenden Beispielen, Begriffsbestimmungen, Merksätzen und dgl.,wobei sich die Abfolge nach dem jeweils darzustellenden Sachverhalt zu richten scheint.

Weiterhin fällt noch die schon angedeutete Kurzschrittigkeit der Darstellung auf. Mit Ausnahme des eine Sonderstellung einnehmenden Buches o8 nämlich erstrecken sich die Darstellungsteile nur bei den beiden

---

7 Es sind die Werke mit den Nummern: oo,o1,o2,o5,o6

8 Buch o3 unterscheidet laut Vorwort im "Informationsteil" "Erklärung", "Bezeichnungen", "Formel mit Beispiel" und die "Anmerkung".

9 Buch o4 verfährt so, es finden sich in ihm gerade 3 Beispiele mit Lösung.

10 Es geht um Buch o7, während Buch o8 wiederum völlig anders konzipiert ist.

verbleibenden Büchern aus dem kaufmännischen Bereich in einigen wenigen Fällen über mehr als eine volle Druckseite[11]. Sonst wird spätestens nach einer Seite die Darstellung durch eine längere Abfolge von Aufgaben unterbrochen, die sich in ihrem Inhalt meist auf den gerade dargestellten Stoff beziehen.

Allerdings wird nur in einem Buch (Nr. o1) der Zusammenhang zwischen der im Aufgabentext dargestellten Situation und der "Bewältigung" derselben mit Hilfe der Mathematik thematisiert. Die anderen Bücher gehen offensichtlich davon aus, daß eine Einführung in die Fähigkeit des Mathematisierens oder auch nur ein Hinweis darauf überflüssig ist.

Die Aufgaben sind bei 6 der 9 Bücher noch nach verschiedenen Gesichtspunkten differenziert[12]. 4 unterscheiden die Aufgaben nach ihrem Schwierigkeitsgrad, wobei unterschiedlich viele Abstufungen gemacht werden bzw. die Aufgaben nach aufsteigender Schwierigkeit angeordnet sind. Bei den beiden Unterrichtswerken aus dem Winklers Verlag (Nummern o7 und o8) werden die Aufgaben durch einen Stern gekennzeichnet, die mündlich bzw. als Kopfrechenaufgaben zu bewältigen sind.

Schon bei der quantitativen Aufgliederung nach den Textsorten Situation - Mathematik - Aufgaben fiel das Buch o8 völlig aus dem Rahmen. Mit einem Mathematikanteil von 38%, nur 16,8% Situationspräsentation und dem zweitniedrigsten Aufgabenanteil von 45,4 % erwartet man eine vertiefte Darstellung mathematischer Sachverhalte - und wird auch nicht enttäuscht, das Vorwort bezieht sich sogar explizit auf die Rahmenvereinbarung der KMK über die Modernisierung des Mathematik-

---

11 Bei diesen Ausnahmen handelt es sich meist um Überblicke zu Beginn eines neuen Kapitels.

12 Bei den verbleibenden 3 Büchern ist weder eine Differenzierung erkennbar noch wird etwa im Vorwort oder in einer Anmerkung auf eine Kategorisierung der Aufgaben hingewiesen.

unterrichts, um die "systematische Wiederholung der Mengenlehre" zu Beginn des Buches zu begründen.

Mehr als die Hälfte des Buches beschäftigt sich dann mit der Darstellung etwa des Stoffes der Algebra bis hin zur Lösung von linearen Gleichungen in zwei Variablen unter Einschluß eines Kapitels über "Grundbegriffe der Aussagenlogik" sowie einer "Einführung in das duale Zahlensystem". Vom Anspruch und dargestellten Inhalt her ist dieses Buch - im Gegensatz zu den anderen Büchern der Teilzeitberufsschule- durchaus mit den von mir untersuchten Büchern der verschiedenen Vollzeitschulen[13] vergleichbar. Auch die Darstellungsweise zeigt nicht die bei den anderen Büchern beobachtete Eintönigkeit, sie ist durch einen langen Erläuterungstext mit Einführungsbeispielen (oft auch aus dem berufsspezifischen oder schulischen Bereich entnommen), Merksätzen, erläuternden Beispielen durchaus aufgeblockert. Allerdings fehlt auch dabei in aller Regel eine Begründung der durch Beispiele motivierten Formel oder Verfahrensweise.

Im zweiten, berufsspezifischen Teil des Buches mit den Kapiteln etwa über "Rechnen mit ausländischen Geldsorten", "Prozentrechnung" und "Zinsrechnung" erwartet den Leser allerdings eine herbe Enttäuschung: Es ist den Autoren nämlich offensichtlich nicht gelungen, den ausführlich dargestellten mathematischen Apparat bei der Darstellung dieses Teils so zu verwenden, daß sich der Sinn der voraufgegangenen Mühen eben in der leichteren Bewältigung der berufsspezifischen Situationen zeigt. Unverbunden mit der voraufgegangenen Mathematik und über weite Strecken wörtlich wie das im Stile der Aufgabensammlungen verfahrende Buch o7 werden wieder die alten Lösungsverfahren präsentiert.

---

13 vgl. dazu II.2 und III.2

Von einer gelungenen Modernisierung des Buches o7 durch das Buch o8 kann - im Gegensatz zum Vorwort in o8 - also kaum gesprochen werden, vielmehr könnte man vermuten, daß die Schüler durch die lange mathematische Darstellung, deren Nutzen nicht einzusehen ist, eher frustriert werden und mit Freude zu dem weniger stoffreichen Buch o7 zurück kehren werden.

III.2 Die Algebra- und Analysis-Bücher - Überblick

Bevor ich auf die Ergebnisse der Analyse im Einzelnen eingehe, möchte ich auf ein keineswegs selbstverständliches Ergebnis der Studie hinweisen, daß auch schulpolitisch interessant sein dürfte : Die Analysekategorien waren nämlich bei den Büchern der allgemeinbildenden Schulen (Realschule, Gymnasium) dieselben wie bei denen des berufsbildenden Schulwesens (Berufsfachschulen, Fachoberschule)[14], sie erwiesen sich bei den Büchern der genannten Schultypen als gleichmäßig aussagekräftig. Es liegt also nahe - und die Analyse bestätigt dieses, von einem in weiten Teilen vergleichbaren Unterrichtsstoff an diesen Schulformen auszugehen.
Da ich bei der Darstellung der Ergebnisse der Inhaltsanalyse mich wieder derart auf ein bestimmtes Buch oder Unterrichtswerk beziehen werde, daß ich seine auch dem Buch im Verzeichnis der analysierten Bücher - Anhang III vorangestellte Codenummer angebe, will ich kurz die Zuordnungen zu den Kategorien angeben[15]:

---

14 Teilweise werden sogar gleiche Unterrichtswerke eingeführt, vgl. Anmerkung im Anhang III.

15 Der Leser wird bei gemauerem Hinsehen bemerken, daß sich diese Zuordnung teilweise bereits in den Code-Nummern ausdrücken, z.B.: Nummern unter "2o" sind Algebra-Bücher; Nummern über 2o bezeichnen Bücher, wo zu einem Algebra-Werk jeweils ein Analysis-Werk - oder zwei desselben Verfassers oder Verlages oder umgekehrt gehören; bei Nummern über 2o haben die Algebra-Bücher höchstens die Ziffer 5 am Schluß; Bücher aus demselben Verlag oder demselben Verfasser haben jeweils die gleiche erste Ziffer usw.

Realschulbücher: Nr. 11,16,17,73

Berufsschulbücher: Nr. 12,13,14,15,23,26,34,35,36,59,69

Gymnasialbühcer: Nr. 43,46,53,58,59,63,68,69,73,76,83,88,89

Algebra-Bände: 11,12,13,14,15,16,17,23,34,35,43,53,63,73,83

Analysis-Bände: 26,36,46,58,59,68,69,76,88,79

Neuauflagen: Nr. 11,35,17,76

bis 5. Aufl.: Nr. 13,15,23,26,36,43,46,53,58,59,69,73,83

mehr als 5. Aufl.: Nr. 12,14,16,34,63,68,69,88,89

Hinweise auf einzelne Werke haben also die Form: "Buch Nr. 34""oder "Werk 17", wie schon im Teil III.1.

In diesem Abschnitt soll nun ein Überblick über die Analyseergebnisse der Algebra- und Analysis-Bände gegeben werden, indem mit Hilfe der Textsorten - Anteile das Vorgehen der untersuchten Bücher grob beschrieben wird. Diese Dreiteilung hat sich dabei im Vollzug der Analyse insofern bewährt, als bei 16 der 25 insgesamt untersuchten Unterrichtswerke der analysierte Text vollständig unter diese Kategorien zu subsumieren war. Bei den anderen 9 Werken betrug der Anteil sonstigen Textmaterials maximal 2,5% und lag bei 5 dieser Werke sogar noch unter 1 %.[16] Es handelte sich dabei um Abrisse der Geschichte vorher dargestellter mathematischer Theorien[17], Überlegungen zum Umsetzen von Textaufgaben in Gleichungen[18], einigen Bemerkungen zu elektronischen Rechenanlagen[19] und philosophischen Überlegungen zur vollständigen Induktion[20].

Im Vergleich zu den Büchern der Teilzeitberufsschule machen die Algebra- und Analysis-Bände ihrem Namen "Mathematik-Bücher" alle Ehre: Durchschnittlich 51,1% der analysierten Büchseiten fallen unter die Textsorte 2 (Mathematik), nur 8,6% der Seiten dienen der Darstellung von

---

16 Für die Prozentanteile im Ganzen vgl. Tabelle A2 in Anhang IV

17 in den Büchern 63, 83, 68 und 69

18 im Buch 23

19 in den Büchern 88 und 89,

20

außermathematischen Situationen, mit durchschnittlich 39,8% nehmen die Aufgaben einer breiten Raum ein.[21].

Während also der Mathematik-Anteil gegenüber den Büchern der Teilzeitberufsschule wesentlich ansteigt, fallen die Anteile der beiden anderen Textsorten deutlich, wobei der Unterschied bei den Situationen besonders groß ist. Deren Anteil steigt in den Algebra- und Analysis-Bänden nie über ein Fünftel des untersuchten Textes, den höchsten Situationsanteil hat wiederum das Berufsschulbuch Nr. 34 gefolgt von drei der vier Realschulbüchern, deren Anteile immer noch über 15% liegen[22]. Ansonsten sind die Situations-Anteile nur schwer allgemein zu charakterisieren, weil von den Berufsschulbüchern neben dem Buch mit dem höchsten Anteil das Buch Nr. 23 mit dem niedrigsten Anteil von 1,2% steht, wobei beide Algebra-Bücher sind. Auffällig ist allenfalls, daß die Gymnasialbücher durchgängig wenig Platz auf die Präsentation von Situationen verwenden, nur in zwei Fällen - dem Buch 68 und dem auch an der Realschule verwendeten Nr. 73 - steigt der Anteil über 1o%, sonst bewegt er sich sogar unter 7,5%. Eine Tabelle der Rangplätze der untersuchten Werk[23] bezüglich der Textsorten bestätigt diese Interpretation: Die ersten Gymnasialbücher finden sich nämlich auf den Rängen 7 und 8 (Rang 7 ist wiederum vom Buch 73 belegt, das an Gymnasien und Realschulen im Gebrauch ist), während sich alle vier Realschulbücher auf den Rängen

---

21 Für die Textsortenanteile der einzelnen Unterrichtswerke vgl. Tabelle A2 im Anhang IV

22 Die Vermutung liegt nahe, daß sich hier die Tatsache auswirkt, daß die drei Realschulbücher - Nr.11,16 und 17 - in einer früheren Altersstufe benutzt werden als die Algebra-Bücher des Gymnasium. Der erste Band von Nr.16 ist ja bereits für das 6., die ersten Bände der beiden anderen Werke für das 7. Schuljahr vorgesehen, während die Algebra-Bücher des Gymnasiums erst in der 8.Klasse und die der Berufsschulen noch später eingesetzt werden.

23 vgl. Tabelle A3 im Anhang IV

1 bis 7 finden, also am Anfang der Skala anzutreffen sind.

Den größten Teil des Platzes verwenden die Buchautoren zur Darstellung mathematischer Sachverhalte oder zum Stellen von Aufgaben, bei immerhin 7 der 25 Unterrichtswerke liegt der Aufgabenanteil über 5o %, dem steht bei 15 Werken ein Mathematikanteil von mehr als der Hälfte gegenüber. Bei den verbleibenden drei Büchern halten sich Mathematik- und Aufgabenanteil mit jeweils über 4o % die Waage, es handelt sich in allen drei Fällen um Algebra-Bücher, während sämtlich Infinitesimalbücher mehr als die Hälfte der Seiten der Darstellung der Mathematik widmen. Gerade bei letzteren Büchern scheinen sich die Autoren über den Vorrang der Stoffdarstellung vor dem Stellen von Aufgaben einig zu sein. Interessanterweise nehmen die beiden Analysis-Bücher der Berufsschulen, die Bücher 26 und 36, hier eine extreme Stellung ein. Während sie nämlich beim Mathematikanteil den 1. und 3. Rangplatz unter den analysierten Werken einnehmen, also den relativ meisten Platz der Mathematikdarstellung widmen, finden sie sich mit ihrem Aufgabenanteil am Ende der Rangskala auf den Plätzen 24 und 25.[24]
Bezüglich des Schultyps sind keine so klaren Aussagen zu machen, man hat zwar den Eindruck, daß Gymnasialbücher eher zu einer Theorie-orientierten als zu einer Aufgaben-orientierten Darstellung neigen[25]. Nur die Verfasser von Büchern für Handelsschulen ermöglichen noch eine glatte Charakterisierung, den von den dort benutzten Büchern 12,13,14 und 15 wird nur bei Buch 13 mehr Platz für die mathematische Theorie als für die Aufgaben verwendet, die drei anderen Bücher sind eindeutig Aufgaben-orientiert, wobei

---

24 vgl. wieder Tabelle A3, Anhang IV. An dieser Tabelle ist die Mathematikorientierung der Analysis-Bücher deutlich abzulesen. Das letzte Analysis-Buch bei der Textsorte Mathematik steht immerhin noch auf Platz 14, während erst auf Rang 12 der Textsorte Aufgaben ein Analysis-Band erscheint.

25 Neben den Analysis-Bänden der Berufsschule belegen nur Gymnasialbücher die ersten acht Ränge der Skala für den Mathematikanteil! Vg. auch III-4.4

14 den höchsten und 12 zusammen mit dem Gymnasialbuch 53 den zweithöchsten Aufgabenanteil hat.

III.3 Die Textsorten in den Algebra- und Analysis-Bänden

In diesem Abschnitt soll es darum gehen, die Ergebnisse der Analyse der einzelnen Textsorten Situationen, Mathematik und Aufgaben darzustellen. Zur Durchführung der Analyse vgl. die entsprechenden Abschnitte in II.5.2.

III.3.1 Situationspräsentierende Texte

Schon aus dem relativ geringen Platzanteil, der der Darstellung außermathematischer Situationen in den Unterrichtswerken gewidmet wird - vgl. III.2 - , läßt sich die Randstellung dieser Textsorte innerhalb der Mathematikbücher der Vollzeitschulen ablesen. Aber auch in einem durchaus inhaltlichen Sinne ist diese "Randstellung" zu verstehen : Tatsächlich finden sich die Situationsdarstellungen nämlich entweder am Anfang eines Abschnitts, in dem ein neuer mathematischer Begriff, ein neues Verfahren eingeführt wird, oder die Situationen beschließen einen solchen Abschnitt. Abkürzend will ich diese beiden Arten der Situationsdarstellung jeweils "Hinführung" bzw. "Illustration" nennen - und mit diesen Begriffen ist auch ihre Funktion gekennzeichnet. Zahlenmäßig halten sich diese beiden Situationstypen ungefähr die Waage, wenn auch in einigen Büchern der eine oder andere Typ überwiegt. Auch lassen sich kaum schultypspezifische o.a. Verteilungen feststellen.

Letzteres gilt auch für eine andere Unterscheidung, die bei den dargestellten Situationen zu treffen ist: Sowohl bei den hinführenden wie den illustrativen Situationen findet man nämlich einmal die relativ allgemein dargestellte Situation, zum anderen - und oft im gleichen Buch - eine präzis umschriebene Situation, deren mathematische "Lösung" gleich mitgeliefert wird (im Extemfall: Beispiel mit dargestellter Lösung).

Auch hier sind zahlenmäßig keine Schwerpunkte zu erkennen.
Bei den "Hinführungen" sollen die unpräzisen Situationen wohl die Funktion haben, den Schüler zu motivieren und ihn womöglich von der Nützlichkeit oder Notwendigkeit des neuen Theorieteils überzeugen. Allerdings wird meist nach der Einführung etwa des neuen Begriffes selten dargetan, daß damit die zu Beginn vorgestellte Situation auch tatsächlich besser zu meistern ist. Bei den "Beispielen mit Lösung" dagegen erweist sich meist während der Lösung die Notwendigkeit des neuen Begriffs oder Verfahrens, daß dann mitunter gleich im Rahmen des Lösungsganges erklärt wird. Mehrere Situationen mit gleicher mathematischer Struktur sollen bei diesem Verfahren dann die Übertragbarkeit des Lösungsverfahrens beim Schüler sichern.[26]
Auch bei den illustrativen Situationen wird zum Teil versucht, durch Variation des Anschauungsmaterials die Übertragbarkeit einer mathematischen Theorie auf verschiedene Bereiche zu illustrieren. Diese für die Mathematik typische Flexibilität wird jedoch nur in zwei Büchern[27] derart dem Schüler nahegebracht, daß die Anwendbarkeit derselben mathematischen Theorie - hier die Kurvendiskussion einer bestimmten Funktion - auf verschiedene Situationen - hier aus Optik, Elektrizitätslehre und Raumfahrt - auch einmal an einem Beispiel vorgeführt wird. In allen anderen Büchern findet sich diese Tatsache allenfalls implizit in der Variation der dargestellten Situationen.
Bei den meisten der dargestellten Situationen handelt es sich allerdings nur um solche in einem eingeschränkten Sinn : Zwar werden Begriffe des täglichen Lebens oder fachwissenschaftliche bzw. fachsprachliche Termini

---

[26] Dieser Typ findet sich exemplarisch in den Büchern 34,35 und 36, die alle vom gleichen Autor stammen.

[27] Es handelt sich um die vom gleichen Autorenteam verfaßten Bücher 88 und 89.

verwendet, die der Situation inhärente mathematische Struktur ist erst zu identifizieren, doch ist sie nur zu oft so eindeutig durch die Situationsbeschreibung vorgegeben, daß man eher von Mathematik im Gewande von Situationen als von Situationen sprechen kann, deren Bewältigung durch Mathematik erleichtert würde[28]. Fast immer wird nur der Ausschnitt aus der Situation präsentiert, der zum "Ansetzen" der Gleichung, zur "Anwendung" der Mathematik nötig ist. Der für reale Situationen typische Prozeß des Aufsuchens der richtigen Frage, des Aussortierens damit überflüssiger Informationen, der Entscheidung für ein adäquates mathematisches Verfahren[29] wird bei einer solchen Situationsdarstellung geradezu verhindert.

Außerdem wird die Zuordnung der Situationen zu Bereichen im Sinne der in II.5.2 dargestellten Kategorien so erschwert, daß sich das Schema nur als bedingt tauglich erwies. Im Bereich der Wissenschaften differenzierte es insofern zu stark, als die in den Büchern dargestellten Situationen fast ausschließlich aus der Physik stammten. Die Kategorisierung der Situationen aus Wirtschaft, Technologie und dem täglichen Leben war nur schwer möglich, immer wieder traten "Zweifelsfälle" auf, was sich auch im hohen Anteil der unter "Sonstige" eingeordneten Situationen ausdrückt[30]. Dennoch lassen sich einige Schwerpunkte bei der Auswahl der

---

28
Insofern ist die Vermutung von Pollak, dieser Typ überwiege in den Schulbüchern, voll bestätigt. Vgl. Pollak, H.O.: How can we teach Applications of Mathematics? In: ESiM, Heft 1/2, 1. Jg. (1968/69), S. 394
Am deutlichsten ist dieses Phänomen bei den Extremwertproblemen nachzuweisen, wo die Situation nur zu oft mit außermathematischen Begriffen zwar beschrieben wird, tatsächlich jedoch bestimmte geometrische Probleme repräsentiert. Die Exaktheit der Angaben und die Irrealität der Zusatzannahmen, um die Aufgabe eindeutig zu machen, sind dann Hinweise auf den künstlichen Charakter solcher "Situationen".

29
vgl. hierzu: I.3.1

30
Für das Folgende vgl. jeweils Tabelle A4 im Anhang IV.

Situationen durch die Schulbuchautoren feststellen: So ist die Zahl der aus den Wissenschaften entnommenen Situationen bei den Algebra-Bänden der Berufsschulen außerordentlich niedrig, vor allem wenn man sie gegen die Zahl der überhaupt jeweils beschriebenen Situationen hält. Dagegen ist der Anteil der Situationen aus dem ökonomischen Bereich - passend zur von ihnen angesprochenen Zielgruppe - bei den Büchern für die Handelsschulen[31] vergleichsweise hoch, einzig die Realschulbücher und einige Analysis-Bände für Gymnasien weisen ähliche Anteile auf. Weiterhin wäre auf den hohen Anteil technologischer Probleme bei den Büchern 34, 35 und 36 hinzuweisen, die alle den gleichen Autor haben und meist an nichtkaufmännischen Vollzeitberufsschulen verwendet werden. Bei den ohnehin mit Situationsdarstellungen sparsamen Analysis-Bänden des Gymnasiums[32] verteilen sich dagegen die wenigen Situationen ohne erkennbare Schwerpunkte auf die verschiedenen Bereiche. Kein Analysis-Band bis auf Nr. 36 läßt sich jedoch die Illustration der Ableitung durch den Zusammenhang von Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung entgehen.

Am Rande wäre noch festzuhalten, daß eine Untersuchung darauf, wie realistisch bzw. veraltet die präsentierten Situationen sind, zwar möglicherweise interessant wäre, leider im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht versucht wurde.[33]

---

31 gemeint sind die Bücher 12, 13, 14, und 15

32 vgl. hierzu die Tabelle A3 mit den Rangplätzen zur Platzverteilung, Anhang IV

33 Angeregt wurde diese Fragestellung durch die Beobachtung, daß das relativ alte Unterrichtswerk Nr. 16 zum Teil auch altmodisch anmutende Situationen präsentiert, etwa über den bäuerlichen Heuvorrat zur Fütterung der Tiere.

III.3.2 Mathematik-präsentierende Texte

Schon eine erste Durchsicht der Schulbücher läßt erkennen, daß bei der Darstellung mathematischer Sachverhalte die Vorgehensweise der Algebra-Bücher von der der Analysisbände so weit differiert, daß die Ergebnisse gesondert dargestellt werden sollen.

III.2.31 Die Mathematik in den Algebra-Bänden

Wenn auch bei der Analyse der Mathematik-präsentierenden Texte ein weitgehend hermeneutisches Verfahren geplant war, so läßt sich das Vorkommen der für die jeweilige mathematische Theorie tragenden Begriffe doch eindeutig feststellen[34]. Dabei lassen sich diese Begriffe noch insofern gruppieren, als "Gruppe", "Ring" und "Körper" algebraische Grundstrukturen bezeichnen, während "Aussage" (bzw. "Aussageform") und "Term" eher der formalen Logik entstammen. Die Begriffe "Grundmenge"/"Lösungsmenge" (bzw. "Erfüllungsmenge") sowie "Relation" haben dagegen in die Schulmathematik im Zuge der Einführung der Mengesprache Eingang gefunden. Vor allem das Paar "Grundmenge"/"Lösungsmenge" ist im Zuge der Klärung der logischen Grundlagen eingeführt worden.
Betrachtet man zunächst das Vorkommen der algebraischen Grundbegriffe, so fällt ins Auge, daß zwar das älteste Realschulbuch und die meisten Berufsschulbücher auf die Einführung dieser Begriffe verzichten[35], dagegen aber bereits die Modernisierung des Buches Nr. 34 - gemeint ist Nr. 35 - diese Begriffe aufnimmt. Der gleiche Trend zeigt sich bei den

---

34 vgl. die Tabelle A5 in Anhang IV. Die folgenden Ausführungen gründen sich hauptsächlich auf diese Tabelle.

35 Es handelt sich um die Werke Nr. 23,34,12,14,15 und 16

Realschulbüchern, wo die Nummer 11, 17 und 73 ebenso wie die Gymnasialbücher von "Gruppen" und "Körpern" handeln.[36]

Gerade diese algebraischen Strukturen sind auch die Paradebeispiele für axiomatisches Vorgehen auf der Schule, so daß aus den gerade dargestellten Ergebnissen die Vermutung zu begründen ist, daß die Axiomatik von den Gymnasialbüchern, wo sie einen festen Platz hat, nun in die Bücher der Real- und Berufsschulen vordringt.

Bei den anderen Begriffen gestaltet sich das Bild vielfältiger. Nur die Bücher der kaufmännischen Berufsschulen mit den Nummern 12 und 14 halten ihre Abstinenz von den neueren mathematischen Begriffen vollständig durch. Bei den anderen Büchern ohne die algebraischen Grundbegriffe lassen sich zwei weitere Gruppen unterscheiden: Während die beiden - jeweils auch älteren - Bücher Nr. 34 und 16 nur noch die Begriffe "Aussage" und "Funktion" benutzen[37] findet sich bei den Büchern 23 und 15 - wie bei den übrigen untersuchten Algebra-Bänden - die ganze Palette der logischen und mengensprachlichen Begriffe[38]. Dabei fällt auf, daß der Relations- wie der Funktionsbegriff meist auch an außermathematischen Beispielen - und nur in einem Falle ausschließlich an mathematischen Beispielen - erarbeitet wird. Gerade bei diesen Begriffen lassen also die Schulbuchautoren den Zusammenhang der mathematischen Theorie mit anderen Bereichen noch deutlich werden. In keinem Falle aber werden diese Begriffe definitorisch - ohne die Präsentation von Beispielen - dem Schüler vorgestellt.

---

36 Die Tatsache, daß sowohl Nr. 17 wie 73 nicht auf die Ringstruktur eingehen, mag darin begründet sein, daß neben dem Ring der ganzen Zahlen nur relativ gekünstelte Beispiele für den Schulgebrauch bekannt sind.

37 Vor allem der Funktionsbegriff gehört schon lange zum Begriffsrepertoire der Schule.

38 Die Tatsache, daß im Werk Nr.17 der Begriff "Aussage" nicht definiert ist, erklärt sich daraus, daß er bereits im Band für das 5.Schuljahr eingeführt wird, also bereits vor dem von mir analysierten Teil.

Das gilt auch für den Begriff der Aussage, wenn er auch bei weitem nicht einen so festen Platz in der Schulmathematik wie die "Relation" und "Funktion" hat[39]. Entsprechend dem noch technischeren Charakter der Begriffe "Term" und "Grundmenge"/"Lösungsmenge" finden sich bei diesen auch definitorische bzw. häufiger nur mit mathematischen Beispielen illustrierte Einführungen. Hier gelingt es offensichtlich nur selten, den Zusammenhang dieser Begriffe mit der außermathematischen Realität herzustellen.
Im Großen und Ganzen kann man jedoch einen Trend zur Einführung der fachsprachlichen Begriffe der Algebra und Gleichungslehre feststellen, wobei dieser Vorgang beim Gymnasium am weitesten fortgeschritten ist.

Stellt man sich der Frage nach der Stellung der Axiomatik in den untersuchten Büchern, so ist für die Algebra-Bücher festzuhalten, daß die Axiome - hier speziell die für Gruppen, Ringe und Körper - nicht entsprechend ihrem logischen Status am Anfang des entsprechenden Abschnittes stehen, vielmehr bilden sie bei den Algebra-Büchern mit einer Ausnahme[4o] die abschließende Zusammenfassung der vorher dargestellten Regeln, sie haben also eine Funktion für ein abschließendes Ordnen der bisher präsentierten Verfahren.
Insofern sind die in II.5.2.3 unter 1. und 2.1 gestellten Fragen dahingehend zu beantworten, daß die Texte in aller Regel induktiv vorgehen, wobei sich die Charakterisierung "induktiv" zunächst nur auf die fachliche Binnenstruktur der Präsentation bezieht, die fraglichen Theorien werden nicht entsprechend der formalen Logik ausgehend von Axiomen durch Ableitung der daraus folgenden Theoreme präsentiert, vielmehr steht am

---

39 Die älteren Gymnasialwerke Nr. 53, 63 und 83 beziehen sich nur nebenher auf den Begriff der Aussage.

4o Gemeint ist hier das Unterrichtswerk Nr. 43, in dem z.B. bereits sehr früh anhand eines Modells des Vektorraums die Gruppenstruktur eingeführt wird.

Ende der theoretischen Darstellung die Präzisierung durch die Axiomensysteme.

Wenn man also nicht von einer deduktiven Anordnung des Stoffes sprechen kann, so bietet die Feinstruktur des Textes zum Teil ein anderes Bild. Zählt man nämlich einmal die Beispiele im Text darauf hin aus, ob sie vor dem allgemeineren Begriff, zu dem sie hinführen sollen, oder nach der Einführung des Begriffes - also mehr als Illustration - stehen[41], so zeigt sich, daß die Beispiele in den Büchern überwiegend illustrative Funktion haben[42]. Neben zwei Berufsschulbüchern - die auch noch beide vom gleichen Autor stammen[43] - sind nämlich nur noch bei zwei neueren Realschulbücher mehr als die Hälfte der Beispiele vor den entsprechenden Begriff gesetzt[44].

Die meisten der untersuchten Bücher - unter ihnen auch alle Bücher für Gymnasien - präsentieren ihre Beispiele dagegen überwiegend als Illustration vorher eingeführter Begriffe oder Aussagen, müßten also in ihrer Feinstruktur eher als illustrierend und nicht abstrahierend charakterisiert werden[45].

Wie oben bereits dargestellt, haben die Schulbuchautoren fast einhellig die Axiomatik ans Ende der Darstellung meist der rationalen Zahlen[46]

---

41 Dabei bin ich mir der Tatsache durchaus bewußt, daß dieser Auszählung nur ein begrenzter inhaltsanalytischer Wert zukommt. Vor allem die Abgrenzung einzelner Beispiele voneinander und somit die Identifizierung der Zähleinheiten war im konkreten Falle nicht immer leicht.

42 Für das Folgende vgl. Tabelle A6 im Anhang IV

43 Gemeint sind die Bücher Nr. 14 und 15.

44 Dabei ist dieses induktive Vorgehen beim Buch Nr. 17 geradezu eklatant. 82,7% der Beispiele sind als hinführend zu qualifizieren.

45 Ich qualifiziere hier bewußt nicht mit dem Wort "deduktiv". Vgl. dazu noch weiter unten.

46 Zum Teil wird etwa der Gruppenbegriff im Kontext geometrischer Theorien - meist Deckabbildungen - präsentiert.

gestellt. Damit bleibt ihnen allenfalls ein lokales Beweisen von Sätzen, der Aufbau einer stringenten Deduktionskette von den Axiomen her ist ihnen verstellt. Um jedoch die immer noch mögliche Orientierung am fachwissenschaftlichen Standard, nichts unbewiesen zu lassen, festzustellen, analysierte ich die aufgeführten Lehrsätze daraufhin, wieweit sie ohne Beweis, mit Beweishinweisen, mit einem Beweis vor oder hinter der Formulierung des Satzes wiedergegeben werden[47]. Bis auf das sehr beweisfreudige Buch Nr. 73 geben alle an Berufs- oder Realschulen verwendeten Bücher die meisten Sätze ohne Beweis wieder. Von diesen beiden Buchsorten versehen lediglich die Bücher Nr.11,14,15 und 73 mehr als 10% ihrer Lehrsätze zumindestens mit einem Hinweis für den Beweis des Satzes[48]. Bei den Büchern des Gymnasiums allerdings bietet sich ein differenzierteres Bild:Alle halten zumindestens bei einem Fünftel ihrer Lehrsätze einen Beweis für angebracht, wobei die älteren Werke Nr. 53,63 und 83 immer noch mehr als die Hälfte ihrer Sätze ohne Beweis angeben, während die neueren Werke Nr.43 und 73 auch bei diesem Stoff zumindest Beweishinweise in mehr als der Hälfte der Fälle geben. Auch hier macht sich bei den Gymnasialbüchern wiederum zuerst der Trend zur Angleichung an die fachwissenschaftliche Darstellung bemerkbar. Dennoch muß für alle Algebrabücher festgehalten werden, daß sie in aller Regel eher an der Lösung von Problemklassen als an der Präsentation von Beweisen in einem streng axiomatischen Kontext interessiert sind.

---

47 Auch diese Auszählung kann nur mit Vorsicht interpretiert werden, da auch hier in der konkreten Analyse Schwierigkeiten schon bei Identifizierung bzw. Abgrenzung der Zähleinheiten auftraten. Dennoch scheinen mir die Ergebnisse interessant genug, um mitgeteilt zu werden. Sie erfahren außerdem zusätzlich dadurch eine Validierung, daß sie mit den sonstigen Analyseergebnissen gut übereinstimmen. Vgl.also Tabelle A6., Anhang IV

48 Interessanterweise stellt das auch bei den Beispielen extrem Hinführungsorientierte Buch Nr. 17 auch die spärlich vorhandenen Beweise vor die Lehrsätze.

III.2.32 Die Mathematik in den Analysis-Bänden

Entsprechend dem Vorgehen bei den Algebrabänden untersuchte ich auch bei den Analysis-Bänden das Vorkommen der die Theorie tragenden Begriffe, wobei ich mich für die Axiomatik der reellen Zahlen in den Analysis-Bänden interessierte. Bei diesen Büchern ist also sehr viel spezifischer die Stellung der Axiomatik in den Schulbüchern im Blickfeld. Dazu untersuchte ich drei Fragen: einmal das Vorkommen einer Axiomatik der reellen Zahlen, zum zweiten die Art, wie in den Büchern - falls überhaupt - die Vollständigkeit der reellen Zahlen dargestellt wird[49] und zum dritten wieweit und in welcher Form die axiomatische Methode selbst thematisiert wurde[5o]. Ebenso wie bei den Algebra-Büchern muß man die Axiomatik hier der reellen Zahlen offensichtlich inzwischen zum Standardstoff der Analysis-Bücher rechnen. Nur in einem einzigen der von mir untersuchten Bände[51] fehlt nämlich dieses Thema vollständig. Alle anderen Bücher behandeln in der einen oder anderen Form die Axiomatik der reellen Zahlen, wobei gleichsam das Minimalprogramm von der Kurzausgabe Nr. 69 präsentiert wird, in dem nur die Körpereigenschaft der reellen Zahlen ausgeführt wird. Einen anderen Weg gehen die Gymnasialbücher Nr. 46, 58 und 59, die auf die Behandlung der reellen Zahlen im Rahmen der Algebra-Bände ihres Unterrichtswerkes hinweisen und in den Analysis-Bänden nur noch kurz die Eigenschaften der reellen Zahlen behandeln. Bis auf die Normalausgabe des schon ober erwähnten Buches aus dem Schroedel-Verlag (Nr. 68) bieten die anderen Bücher eine auch fach-

---

49 Eine genauere Analyse der Vollständigkeit hielt ich deswegen für angebracht, weil sich für diesen Sachverhalt mehrere - fachlich äquivalente - Darstellungsweisen anbieten. Außerdem ist gerade die Vollständigkeit die unanschaulichste und damit wohl am schwersten darzustellende Forderung in der Axiomatisierung der reellen Zahlen.

5o Zum folgenden vgl. Tabelle A7 im Anhang IV

51 Es handelt sich um das Berufsschulbuch Nr. 36

lich befriedigende Charakterisierung der reellen Zahlen als vollständiger, angeordneter Körper, wobei sich die Autoren offensichtlich nicht über die günstigste Formulierung der Vollständigkeit einig sind, einige ziehen die Formulierung mit Hilfe des Archimedischen Axioms und dem Intervallschachtelungsaxiom der Darstellung mittels der Existenz der kleinsten oberen Schranke von beschränkten Mengen vor[52]. Lediglich die beiden Bücher Nr. 58 und 59 können insofern fachlich nicht vollständig überzeugen, als sie die Vollständigkeit mittels der Intervallschachtelung und ohne das Archimedische Axiom formulieren, was eben zur axiomatischen Charakterisierung der reellen Zahlen nicht ausreicht.

Dabei wird diese Axiomatik meist zu Beginn der Analysis angeführt, hat also ihren Platz in den Schulbüchern im Gegensatz zu den Algebra-Bänden an dem auch von der Logik der axiomatischen Methode her angemessenen Platz. Lediglich das relativ alte Buch Nr. 68 verbannt die Axiomatik vollständig in den Anhang, thematisiert aber hier dann auch die axiomatische Methode. Auch dieses scheint schon relativ gängig zu sein, wenn sich die Autoren auch nicht über die Plazierung dieses Stoffes einig sind: Während drei Bücher[53] die axiomatische Methode im Kontext der Axiomatik der reellen Zahlen thematisieren, bleibt dieses Thema in den Büchern Nr. 68, 88 und 89 dem Anhang vorbehalten. Die beiden Bücher Nr. 58 und 59 vermeiden dieses Thema vollständig, obwohl sie eine Axiomatik der reellen Zahlen zumindestens andeuten. Auch das Buch Nr. 36, das ja auch keine Axiomatik der reellen Zahlen vorstellt, wie das Buch 69, das kaum mehr als die Körpereigenschaft der reellen Zahlen erwähnt, lassen die Thematisierung der axiomatischen Methode vermissen.

Entsprechend dieser gegenüber den Algebra-Bücher größeren Nähe zur

---

52 In einigen Büchern wird allerdings zusätzlich auf die Äquivalenz beider Formulierungen zumindestens hingewiesen.

53 Das relativ neue Berufsschulbuch Nr. 26 wie auch die jüngeren Gymnasialbücher Nr. 46 und 76

logischen Struktur der axiomatischen Methode wird in den Analysis-Bänden auch dem fachwissenschaftlich naheliegenden Darstellungsschema mit der Abfolge von Definition und Satz (oder Sätzen) zu den definierten Begriffen gefolgt. Diesem Ablauf der Darstellung noch am wenigsten angemessen sind das Berufsschulbuch Nr. 36, das ja auch die Axiomatik vollkommen vermied, wie auch das relativ alte Gymnasialbuch 68 mit seiner Kurzausgabe Nr. 69. Der gegenüber den Algebra-Bänden auch logisch angemesseneren Plazierung der Axiomatik in den Analysis-Bänden entspricht die erhöhte Neigung, die dem Schüler mitgeteilten Sätze zu beweisen oder wenigstens einen Beweishinweis zu geben[54]. Wenn man von der Kurzausgabe Nr. 69 absieht[55], so bringen lediglich die beiden Berufsschulbücher Nr. 26 und 36 die relative Mehrheit ihrer Sätze ohne Beweis, wobei bei dem neueren Buch Nr. 26 gegenüber dem Buch Nr. 36 der Trend zur Vermehrung der Beweise überdeutlich ist. Dem gegenüber versehen die Gymnasialbücher - mit der o.g. Ausnahme - mehr als 6o% ihrer Lehrsätze mit einem Beweishinweis oder einem Beweis; die neueren Bücher Nr. 46 und 76 wie auch das Unterrichtswerk Nr. 88 und seine Kurzausgabe Nr. 89 beweisen mehr als 7o% ihrer Sätze. Hier wird also weitgehend dem fachwissenschaftlichen Standard, daß nichts unbewiesen hingenommen werden solle, entsprochen. Analog zu den Algebra-Bänden haben die meisten Beispiele illustrative Funktion, d.h. sie stehen hinter dem Begriff oder Satz, für den sie Beispiel sind[56].

Im Ganzen entsprechen die Analysis-Bände schon eher fachwissenschaftlichen Standards, wobei die Berufsschulbücher stärker an der Präsentation von

---

54 vgl. Tabelle A8 im Anhang IV

55 Vergleicht man die Normalausgabe, so scheinen die Beweise gerade dem Bedürfnis nach Kürze geopfert zu sein.

56 Die beiden Ausnahmen Nr.58u.59 aus demselben Unterrichtswerk liegen dabei so nahe an der 5o%-Marke, daß mir eine diesbezügliche Erwähnung in der Anmerkung genügend erscheint.

Verfahren zur Lösung bestimmter Problemklassen als an der Darstellung mathematischer Theorie interessiert erscheinen. Unverkennbar nimmt die Orientierung an fachwissenschaftlichen Standards mit der Neuheit der Bücher zu.

III.3.3 Aufgaben

Bereits in III.2 ist darauf hingewiesen worden, daß die Aufgaben in den meisten der untersuchten Bücher immerhin den zweitgrößten Platzanteil einnehmen. In diesen Abschnitt soll es darum gehen, besonders die Verteilung der Aufgaben auf die II.5.2 angegebenen Aufgabentypen darzustellen.

Mit Ausnahme von vier Werken[57] erfordern mehr als 5o% der Aufgaben das Einsetzen spezieller Werte in schon entwickelte Verfahren bzw. Sätze, kurz : sind "Einsetzaufgaben". Daneben spielen die "eingekleideten" Aufgaben (Typ 3) eine so wesentliche Rolle, daß der dritte von mir unterschiedene Aufgabentyp, in dem Beweise, Vermutungen oder "mathematische Aufsätze" gefordert werden, meist völlig am Rande steht. Mit einer Ausnahme - dem Buch Nr. 76 - nimmt dieser Typ jeweils den geringsten Platzanteil ein, nur bei Analysis-Bänden finden sich überhaupt Anteile über 1o%, bei einigen Algebra-Bänden der Berufsschulen finden sich gar keine Aufgaben dieses Typs.

Auch die durchschnittlichen Platzanteile sprechen eine deutliche und die bisherigen Feststellungen bestätigende Sprache : Durchschnittlich auf drei von fünf Aufgabenseiten finden sich Einsetzaufgaben, rund ein

---

57
Es handelt sich um die Bände Nr. 14, 16, 58 und 68, wobei bei Nr. 58 für Typ 1 immer noch der höchste Prozentsatz festgestellt wurde. Vgl. auch zu dem Folgenden Tabelle A9, Anhang IV.
Im Übrigen hat sich auch diese Kategorisierung bewährt, der hohe Anteil "sonstiger" Aufgaben beim Werk Nr. 11 erklärt sich daraus, daß die im Buch wiedergegebenen Wiederholungsaufgaben aus anderen als den zu untersuchenden Themengebieten der Mathematik für die Prozentuierung der Anteile der drei Aufgabentypen nicht herangezogen wurden. Es ist also bei Nr.11 zu lesen: 1o% der 65 Aufgabenseiten gehörten nicht zu den drei Aufgabentypen, 54,1% der verbleibenden Aufgabenseiten waren mit Einsetzaufgaben gefüllt.

Drittel der Aufgabenseiten werden durch eingekleidete Aufgaben eingenommen und nur 6,5 % der Aufgabenseiten erfordern vom Schüler durch Aufsatzthemen eine gewisse Übersicht über ein Teilgebiet der Mathematik oder Kreativität bei der Lösung mathematischer Probleme, deren Bewältigung ihm noch nicht vorgegeben ist.

Genauer ist festzuhalten, daß bei einem Vergleich der Algebra- mit den Analysis-Bänden der Anteil der Aufgaben des zweiten Typs sich bei den später verwendeten Analysis-Bänden gegenüber den Algebra-Bänden innerhalb desselben Unterrichtswerkes meist mehr als verdoppelt[58], die Autoren gehen hier möglicherweise auch von entwicklungspsychologischen Gesichtspunkten aus.

Weiterhin fällt auf, daß speziell bei den neueren Gymnasialbüchern Nr. 46 und 76 den Anteil der Aufgaben des zweiten Typs vergleichsweise hoch ist[59], anscheinend orientieren sich also neuere Unterrichtswerke stärker hin zur Förderung der mathematischen Kreativität[6o].

Zieht man in diesem Kontext noch die Verteilung der Aufgaben des Typs zwei auf die drei Gruppen Wiederholungsfragen/Aufforderung zu Vermutungen/Beweisforderungen heran[61], so verstärkt sich der Eindruck noch weiter, daß die Bücher neueren Erscheinungsdatums - vor allem die des Gymnasiums -

---

58 Eine Ausnahme bildet hier nur der Band Nr. 68 gegenüber der Nr. 63.

59 Diese Tendenz kündigt sich schon in dem Algebra-Buch Nr. 43 an, daß zum gleichen Unterrichtswerk wie Nr. 46 gehört.

6o Ganz entsprechend steigt der Anteil des Aufgabentyps 2 vom älteren Berufsschulbuch Nr. 34 in seiner Modernisierung Nr. 35 auf fast das Doppelte.

61 vgl. Tabelle A 1o im Anhang IV. In den Spalten 3,4,5 finden sich die Prozentanteile dieser Untertypen, bezogen auf die Gesamtzahl der Aufgaben vom Typ 2. Spalte 3: Wiederholungsfragen, Spalte 4: Vermutungen, Spalte 5: Beweise.

die meisten Anforderungen an die mathematische Kreativität der Schüler stellen.

Die Tatsache, daß in den älteren Mathematikwerken für Gymnasien Nr. 63, 68 bzw. 69 die Mehrzahl der Aufgaben des Typs 2 Wiederholungsfragen sind, ordnet sich gut in dieses Muster ein, während eine genauere Untersuchung der Verteilung bei den Realschul- und Berufsschulbüchern wegen der geringen Zahl von Aufgaben des zweiten Typs nur für die Bände 23, 34, 26, 36, 35 lohnend erscheint. Hier zeigt sich ein typischer Gegensatz: Entsprechend der Zugehörigkeit zum Buchprogramm zweier verschiedener Verlage[62] finden sich in der einen Gruppe nur Wiederholungsfragen, während mehr als die Hälfte der Aufgaben im Buch 26 Beweisforderungen darstellen.

Geradezu komplementär zur Wichtigkeit der Aufgaben des zweiten Typs wird in den Büchern die Bedeutung der "Anwendungsaufgaben" (Aufgabentyp 3) eingeschätzt. Relativ hohe Anteile beim Aufgabentyp 2 scheinen niedrige beim Typ 3 zu bedingen; die älteren Bücher legen großen Wert auf die "eingekleideten Aufgaben"[63].

Bei den eingekleideten Aufgaben sollte weiterhin untersucht werden, aus welchen Bereichen die in den Aufgaben gestellten Probleme stammen. Obwohl im Verlauf der Analyse das in III.5.2 angegebene Kategorienschema noch weiter differenziert wurde, ergab sich weiterhin ein relativ großer Anteil von Aufgaben, der unter "Sonstig" zu klassifizieren war. Wenn auch Vorsicht bei der Interpretation der Verteilung geraten erscheint, will ich doch die Ver-

---

62 Die Bücher 23, 26, bzw. 34, 35, 36 gehören jeweils zum Buchprogramm eines Verlages, letztere haben sogar den gleichen Autor.

63 Herausragend sind hier die Anteile etwa in den Büchern Nr. 63 und 68.

64 Gemeint sind die Nummern 53,63,58,59,68,69

teilung auf folgende Bereiche wiedergeben[65].

1. Mathematik/Strukturwissenschaften,
2. Andere Wissenschaften,
3. Ökonomischer Bereich,
4. Technologie,
5. Röhren-, Brunnen-, Mischungs- und Verteilungsaufgaben[66],
6. Bewegungsaufgaben,
7. Sonstige,

Auch mit der gebotenen Vorsicht lassen sich einige interessante Feststellungen treffen:

Sowohl bei den Analysis-Bänden wie auch bei den gymnasialen Algebra-Büchern nämlich ist der Anteil der Aufgaben, die dem Bereich der Mathematik zuzurechnen sind, höher als bei den anderen Bereichen, bei den Analysis-Bänden liegt er mit zwei Ausnahmen sogar über 5o %. Selbst bei den Textaufgaben dieser Bücher läßt sich also noch die Orientierung an der Mathematik nachweisen.

Den zweithöchsten Anteil nehmen bei den Analysis-Bänden entweder Aufgaben der Wirtschaft oder Bewegungsaufgaben ein. Letztere zusammen mit den Aufgaben aus den Naturwissenschaften erinnern an die traditionelle Nähe der Mathematik zu den Naturwissenschaften. Die Aufgaben aus der Wirtschaft sind oftmals der Zinseszinsrechnung entnommen, die im Rahmen der Folgen- und Reihenlehre einfach darzustellen ist.

Bei den Algebra-Bänden dagegen ist das Bild sehr viel differenzierter: Die Bücher der Realschule mit ihrem hohen Anteil an Anwendungsaufgaben, die im Rahmen der Kategorisierung nicht zu klassifizieren waren, sollen

---

65 Vgl. Tabelle A 11 im Anhang IV

66 Mit dieser Subsummierung unter eine Kategorie soll nicht verwischt werden, daß die beiden ersten Typen Röhren- und Brunnenaufgaben aus einer anderen historischen Quelle stammen als die Mischungs- und Verteilungsaufgaben. vgl. z.B. Lenné, a.a.O., S. 26

im Weiteren ganz außer acht bleiben. Neben den immer noch hohen Anteilen an Anwendungsaufgaben aus der Mathematik (Zahlenspiele, Algebraisierung geometrischer Situationen etc.) fällt noch der aus dem Schultyp, an dem die Bücher verwendet werden, verständlich hohe Anteil technologischer Aufgaben in den Berufsschulbüchern Nr. 34 und 35 auf, wie auch die Wirtschaftsorientiertheit der Algebra-Bände für Wirtschaftsschulen Nr. 13, 14 und 15. Zusammen mit dem Buch Nr. 12 und dem alten Gymnasialbuch Nr. 63 sind in diesen Büchern auch noch die unter dem Bereich 5 zusammengefaßten historischen Röhren-, Brunnen-, Mischungs- und Verteilungsaufgaben stark vertreten.

Eine überraschend niedrige Zahl von Unterrichtswerken nimmt bei den Aufgaben selbst eine Differenzierung - etwa nach Lösungsdauer oder Schwierigkeitsgrad vor. Bei den Berufsschulbüchern scheint das völlig unüblich zu sein, während immerhin die beiden neueren Realschulbücher Nr. 11 und Nr. 17 Aufgaben mit erhöhtem Schwierigkeitsgrad kennzeichnen und das erstere Zusatzaufgaben noch einmal gesondert markiert[67]. Die am Gymnasium verwendeten Unterrichtswerke verzichten - mit einer Ausnahme - ebenso auf eine Differenzierung der Aufgabenmaterials. Lediglich die zu einem Unterrichtswerk gehörenden Bücher Nr. 53, 58 und 59 unterscheiden die Aufgaben, hier allerdings weitgehend, indem schwierige Aufgaben markiert sind, Aufgaben, die nicht ausgelassen werden sollten von Zusatzaufgaben unterschieden werden und im Algebra-Buch noch Aufgaben, die Ausdauer verlangen, anders gekennzeichnet sind als solche, die besonderes Nachdenken erfordern. In diesem Unterrichtswerk ist also die weitestgehende Aufgabendifferenzierung festzustellen.

---

67 Im Unterrichtswerk Nr. 17 ist allerdings langes Suchen von nöten, um den Hinweis auf die Aufgabendifferenzierung im Vorwort des Bandes für das 5. Schuljahr zu finden.

Abschließend möchte ich noch auf das Buch mit dem höchsten Anteil unter "sonstig" eingestufter "eingekleideter" Aufgaben eingehen: Der Anteil von beachtlichen 59,5 % solcher Aufgaben ist nämlich darauf zurückzuführen, daß in diesem ältesten untersuchten Realschulwerk viele Aufgaben unter außermathematischen Themenbereichen geordnet gestellt werden, z.B.: "von der deutschen Bundesbahn", "beim Fleischer" oder "aus dem Haushalt der Mutter". Eine Einstufung dieser Aufgaben unter die Themenbereiche war oft unmöglich, andererseits wird auf diese Weise der Versuch gemacht, Aufgaben durch außermathematische Situationen zu strukturieren. (vgl. Unterrichtswerk Nr. 16)

III.3.4 Geschichte der Mathematik - Ausstattung

Wenn man auch den Titel dieses Abschnitts als Provokation auffassen könnte, so gibt er doch das Schattendasein der Geschichte der Mathematik in den untersuchten Schulbüchern zutreffend wieder: Weder Berufsschul- noch Realschulbücher nehmen auf die Geschichte ihres Gegenstands Bezug, auch in den Gymnasialbüchern Nr. 43, 73 und 76 spielt die geschichtliche Entwicklung des dargestellten Gegenstandes keine Rolle.

In den anderen Gymnasialbüchern wird zwar - meist in Anhängen zu einzelnen Problemkreisen oder als Anhang zum Buch - auf die Geschichte der Mathematik eingegangen, doch weist auch dier die Randstellung im Buche auf eine vermutlich völlig untergeordnete Bedeutung der Mathematikgeschichte für den Mathematikunterricht hin.

Ebenso wie die Gymnasialbücher eine Sonderstellung in Bezug auf die Geschichte der Mathematik einnehmen, so kann man schultypische Unterschiede in der Ausstattung feststellen: Die Gymnasialbücher sind im Durchschnitt etwas besser ausgestattet (gemessen an der Verwendung von Farbe, dem Vorhandensein eines alphabetischen Stichwortverzeichnisses und dem Vorhandensein einer Zusammenstellung der wichtigsten Sätze bzw. Definitionen)

als die Bücher der anderen Schultypen, lediglich die Gymnasialbücher Nr. 63, 68 und 69 aus demselben Unterrichtswerk zusammen mit dem Berufsschulwerk Nr. 12 verzichten dabei vollständig auf Farbe. Alle Gymnasialbücher, die neueren Realschulbücher Nr. 11 und Nr. 17 sowei die Berufsschulbücher Nr. 23, 34, 35, 26, 36 und 13 haben ein Stichwortverzeichnis und immerhin die Hälfte der Gymnasialbücher sowie das Berufsschulbuch Nr. 34 bietet dem Schüler eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Sätze und Definitionen der Bücher. Im Ganzen kann man allenfalls verwundert sein, daß die übrigen Unterrichtswerke diese Selbstverständlichkeiten nicht enthalten.

III.4 Einige Einflüsse auf die Buchkonzeption

Ziel dieses Abschnittes ist, dem Einfluß einiger spezieller Größen auf die Konzeption der Schulbücher nachzugehen und ihn - wo möglich - empirisch aufzuweisen. Genauer soll der Einfluß des Alters (4.1) und die spezielle Gestaltung von Kurzausgaben von Schulbüchern (4.2) untersucht werden. Es folgt ein Vergleich der Analysis-Bände mit den Algebra-Bänden mit einem kurzen Rückblick auf die Bücher der Teilzeitberufsschule (4.3) wobei auch im letztgenannten Vergleich die Bücher der Teilzeitberufsschule nicht vergessen werden sollen.

Meistens wird dabei so vorgegangen, daß die Textanteile der Textsorten "Situation"/"Mathematik"/"Aufgaben" sowie die Anteile der Aufgabentypen (vgl. III.3.3) verglichen werden.

III.4.1 Alter der Bücher - Modernisierungen

Im Teil III.3 ist bereits an vielen Stellen verstreut auf das Alter der Bücher Bezug genommen worden. In diesem Abschnitt sollen die gemachten

Aussagen gesammelt und empirisch abgesichert werden.

Allerdings stößt diese Absicht auf ein gewichtiges Hindernis: Es ist nämlich garnicht einfach, das Alter der einzelnen Bücher festzulegen, da es sich um Erstauflagen, verbesserte Neuauflagen, Wiederauflagen und dergleichen handelt, also nicht immer eindeutig festzustellen ist, wann die didaktische Grundkonzeption des Unterrichtswerkes bzw. des einzelnen Buches entstand und wieweit sie durch Neuauflagen verändert worden ist. Der in II.5.2 geschilderte Altersindex kann also nur grobe Anhaltspunkte bieten, erweist sich aber dennoch als geeignet, Aussagen über den Einfluß des Alters eines Buches auf seine Gestaltung zu machen. Zur Alterkategorie 1 zählen alle Neuauflagen[68], Kategorie 2 bilden Bücher bis zur einschließlich 5. Auflage[69], die verbleibenden Bücher gehören zur Kategorie 3, sind also Werke, die bereits mindestens in der 6. Auflage erschienen sind.[7o]

Bei den Büchern, deren Erstauflagejahr feststellbar war, entstand durch dieses Kriterium eine gute Sortierung : Die Bücher der Kategorie 3 sind durchweg vor 1966 konzipiert, die der Kategorie 1 nach 197o, bei der Kategorie 2 ist das genaue Datum nicht immer festzulegen, liegt jedoch mit Sicherheit nach 1965 und in vielen Fällen nachweisbar vor 1971. Berechnet man nun die Durchschnitte der Textsortenanteile für die drei Altersgruppen sowie die durchschnittlichen Anteile an den drei Aufgaben-

---

68
Tatsächlich waren das vier der untersuchten Werke:
Nr. 35, 11, 17 und 76, keines der zu dieser Kategorie zählenden Bücher erschien vor 1971, interessant, für die Analyse allerdings hinderlich - s.u. - der hohe Anteil an Realschulbüchern.

69
d.h. 13 Bücher bzw. Werke: Nr. 23,13,15,43,53,73,83,26,36,46,58,59 und 69.

7o
Es gehören hierzu: Nr. 34,12,14,16,63,68,88 und 89, also 8 Bände, wobei man aus den Verlagsangaben schließen kann, daß ihre Konzeption durchweg vor 1966 entstand.

typen, so ergibt sich ein zunächst verwirrendes Bild: Während bei den jüngsten Büchern der Anteil an Situationen deutlich über dem Gesamtdurchschnitt liegt, entsprechen die Durchschnitte der beiden anderen Textsorten in etwa dem Gesamtdurchschnitt.

Tabelle 1: Einfluß des Alters auf die Textsorten-Anteile

	Bereichsanteile			Aufgabenanteile		
	Sit.	Math.	Aufg.	Typ 1	Typ 2	Typ 3
Neuauflagen 35,11,17,76	11,6	5o,o	38,3	57,3	11,1	31,8
bis 5. Aufl. 23,13,15,43 53,73,83,26 36,46,58,59 69	7,o	55,8	36,7	64,3	6,8	29,o
"alte" Aufl. 34,12,14,16 63,68,88,89	9,9	39,4	45,5	54,9	3,9	41,1
Gesamtdurchschn.	8,6	51,1	39,8	6o,2	6,5	33,3

Berücksichtigt man die einzelnen Bücher in den Kategorien, so liegt es nahe, den hohen Situationsanteil bei den Neuauflagen nicht zu sehr auf das Alter, sondern eher auf die Überrepräsentation der Realschulbücher in dieser Gruppe zurückzuführen, also auf Schultyp-spezifische Einflüsse. Ein Vergleich der beiden verbliebenen Alterskategorien zeigt dagegen eine deutliche Struktur: Die alten Bücher widmen sowohl den Aufgaben wie den Situationen mehr Platz als der Gesamtdurchschnitt der Bücher, während die Bücher der Kategorie 2 deutlich der Mathematik Priorität einräumen. Man könnte also bei den neueren Büchern eine Tendenz zur erweiterten Darstellung der Mathematik und weg von ihrer Verwendung

und den Verwendungssituationen vermuten[71]. Gerade die Verteilung auf die verschiedenen Aufgabentypen bestätigen diese Vermutung: Die neuesten Bücher weisen deutlich mehr fachspezifische Aufgaben als der Durchschnitt auf (gemeint ist Typ 2), während die alten Bücher aus der ersten Hälfte der 6oer Jahre hier relativ sparsam sind, dagegen aber die Anwendungsaufgaben weit überdurchschnittlich anbieten[72].

Auch ein Vergleich der Modernisierungen älterer Werke mit ihrem Vorgängern bestätigt diese Beobachtungen. Tatsächlich verstehen sich die Bände Nr. 35 und 15 explizit als Modernisierungen der Werke Nr. 34 bzw. 14. Auch die Altersdifferenz zwischen dem Werken Nr. 69 und Nr. 68[73] erlaubt es - wie auch der grundlegend verschiedene Aufbau der beiden Bände - das erstere als Modernisierung des zweiten aufzufassen. In allen drei Fällen fällt nun deutlich der Anteil an Situationsbeschreibungen, Aufgaben und speziell Anwendungsaufgaben, entsprechend steigen die anderen Anteile.

---

71 Zusätzlich konnte man zumindest bei den Analysisbänden eine zunehmende Orientierung an den fachwissenschaftlichen Standards registrieren.

72 Berechnet man den Rangkorrelationskoeffizienten zwischen den Textsorten- bzw. Aufgabentypenanteilen und den Alterskategorien unter Berücksichtigung der "Bindungen" bei den Alterskategorien, so sprechen die Vorzeichen hier eine noch deutlichere Sprache: Situationsanteil, Aufgabenanteil und Anwendungsaufgabenanteil korrelieren negativ mit dem Alter ("je jünger das Buch, desto weniger Situationen" etc.), während es beim Mathematikanteil und den Einsetz- bzw. Beweis- oder Wiederholungsanforderungen umgekehrt ist.

73 Nr. 69 hatte seine Erstauflage 197o, Nr. 68 dagegen bereits 1964.

Tabelle 2: "Modernisierungen"

Nr. Kurztitel	Bereichsant. Sit.	Math.	Aufg.	Ant. Aufg. T 1	T 2	T 3
34 Kusch-Alg	17,8	5o,o	32,1	52,4	3,6	43,8
35 Kusch-AadGdML	9,5	59,4	31,4	64,3	6,4	29,4
14 Mös.-Alg. 1v	8,o	27,o	65,o	44,o	-	56,o
15 Mös.-AlgfWS	5,o	4o,o	55,o	55,5	-	44,5
68 R/W/A Anal.	1o,2	53,3	36,2	41,2	6,o	52,8
69 R/W/A: Anal KA	7,1	61,o	3o,5	57,1	7,5	35,4

Die Behauptung, die neueren Schulbücher widmeten sich stärker der Darstellung der Mathematik, während die älteren deren Zusammenhang mit außermathematischen Sachverhalten eher betonen, scheint sich bei den Modernisierungen gut zu bestätigen.

III.4.2 Kurzausgaben:

Bereits im vorigen Abschnitt war von der Kurzausgabe eines Unterrichtswerkes die Rede. Es geht hierbei um im Buchumfang reduzierte Ausgaben eines Schulbuches, die vermutlich der kürzeren Behandlung des entsprechenden Stoffes im Unterricht dienen sollen.
Neben der Kurzausgabe Nr. 69 der Nr. 68 waren unter den untersuchten Büchern noch zwei weitere solcher Kurzausgaben: das Buch Nr. 59 zum längeren Werk Nr. 58 sowie die Nr. 89 als gekürzte Fassung von Nr. 88. Interessanterweise geht es in allen drei Fällen um Analysis-Bände, wobei die Kurzausgaben 59 und 69 zusätzlich zum Gebrauch an Gymnasien in der Fachoberschule benutzt werden, wo die Gesamtausgabe offensichtlich für zu umfangreich gehalten wird.

Die Konzeption dieser Kurzausgaben im Vergleich zu den "Langformen" zeigt in allen drei Fällen eine Eigenart: Die Aufgabenanteile werden in den Kurzausgaben zugunsten des Mathematikteils - also der theoretischen Darstellung - reduziert, während sich für die Situationsanteile und die Aufgabentypen keine einheitlich Tendenz ausmachen läßt.

Tabelle 3: "Kurzausgaben"

Nr. Kurztitel	Bereichsanteile Sit.	Math.	Aufg.	Anteile Aufg. T 1	T 2	T 3
58 L/S : Anal.	6,o	53,5	38,7	43,9	15,3	4o,9
59 L/S : Anal. KA	7,o	59,o	33,4	53,6	13,1	33,4
68 R/W/A: Anal.	1o,2	53,2	36,2	41,2	6,o	52,8
69 R/W/A: Anal.KA	7,1	61,o	3o,5	57,1	7,5	35,4
88 Wörle: Infini	6,8	61,o	32,2	67,5	11,4	21,o
89 Keil: Infini KA	5,3	62,2	31,1	66,7	7,2	26,1
Durchschnitt KA	6,5	6o,7	31,7	59,1	9,3	31,6
Durchschnitt Analysis	6,9	63,1	29,4	58,7	12,4	28,9
Durchschnitt Gesamt	8,6	51,1	39,8	6o,2	6,5	33,3

Dahinter kann wohl die Konzeption vermutet werden, daß gewisse theoretische Aussagen unabdingbar darzustellen sid, während die Möglichkeit, die Theorien anhand von Aufgaben zu erlernen, zu verstehen oder zu üben, als nicht so wesentlich erachtet wird. Die Mathematik erweist sich auch hier wieder als der unantastbare Block, um den herum die übrigen Buchteile sortiert werden.

III.4.3 Vergleich der Algebra- und Analysis-Bände

Ein erster Hinweis über die möglicherweise unterschiedlichen Konzeptionen der Algebra- bzw. Analysis-Bände läßt sich bereits aus einem Vergleich der durchschnittlichen Bereichsanteile der beiden Buchgruppen gewinnen: Während in den Algebra-Bänden den Sitautionsbeschreibungen geringfügig und den Aufgaben deutlich mehr Platz eingeräumt wird als im Gesamtdurchschnitt der Bücher, nimmt in den Analysisbänden die Mathematik mit 63,o9 % über lo % mehr Platz ein als im Durchschnitt der untersuchten Bücher. Schon diese sehr grob quantifizierende Betrachtungsweise läßt also eine gegenüber den Algebra-Bänden vergrößerte Bedeutung der Mathematik in den Analysis-Bänden erwarten.

Tabelle 4: Textsortenanteile in Algebra- und Analysis-Bänden

	Bereichsanteile		
	Sit.	Math.	Aufg.
Algebra-Bände Durchschnitt	9,8	43,1	46,7
Analysis-Bände Durchschnitt	6,9	63,1	29,4
Gesamtdurchschnitt	8,6	51,1	39,8

Auch eine genauere Analyse der Bücher zeigt deutliche Unterschiede in der Darstellungsweise, die den Eindruck, die Analysis-Bände orientierten sich stärker an der Mathematik als die Algebra-Bände, verstärken: Nimmt man nämlich die Stellung der Axiomatik als Indikator der inhaltlichen Orientierung an der Fachwissenschaft, so entspricht die Stellung der Axiomatik in den Analysis-Bänden - meist zu Beginn der Präsentation der Infinitesimalrechnung - genau den fachwissenschaftlichen Vorstellungen vom adäquaten Platz der Axiomatik, während die

Algebra-Bände mit ihrer Plazierung der Axiomatik als Zusammenfassung hinter die Darstellung der axiomatisch begründbaren Rechenverfahren und Sätze anderen Darstellungsprinzipien den Vorrang geben[74]. Gleichzeitig folgen die Analysis-Bände deutlich stärker als die Algebra-Bände dem fachwissenschaftlichen Standard, daß möglichst alle Behauptungen zu beweisen sind[75].

Auch bei den Aufgaben läßt sich diese verstärkte Orientierung an der Fachwissenschaft deutlich aufweisen: während in den beiden Buchsorten die Anteile der "Einsetzaufgaben "(Typ 1) kaum vom Gesamtdurchschnitt abweichen, finden sich in den Algebra-Büchern zum Teil gar keine Aufgaben des zweiten Typs(über den Stoff hinausgehende Vermutungen, Beweisforderungen, mathematische Aufsätze), der Anteil von Aufgaben dieses Typs liegt bei minimalen 2,6 % während er bei den Analysis-Bänden immerhin bei 12,4 % liegt. Entsprechend schnellt der Anteil der Anwendungsaufgaben in den Algebra-Bänden auf durchschnittlich 36,2% gegenüber 28,9% in den Analysis-Bänden, wobei der in den Algebra-Bänden ohnehin höhere Aufgabenanteil von 46,7% gegenüber 29,4% in den Analysis-Bänden die geringere Wichtigkeit der mathematischen Theorie in den Algebra-Werken zusätzlich untermauert.

---

74 Zur Stellung der Axiomatik in den Unterrichtswerken vgl. III.3.2

75 Speziell die Bücher für das Gymnasium geben mit einer Ausnahme zu mindestens 60% ihrer Sätze wenigstens einen Beweishinweis, wenn nicht einen Beweis. vgl. III.2

Tabelle 5 : Aufgabenanteile in Algebra- und Analysis-Bänden

	Aufgabenanteile			
	Typ 1	Typ 2	Typ 3	Gesamt
Algebra-Bände Durchschnitt	61,1	2,6	36,2	46,7
Analysis-Bände Durchschnitt	58,7	12,4	28,9	29,4
Gesamtdurchschnitt	6o,2	6,5	33,3	39,8

Vergleicht man dazu die Anteile des Aufgabentyps 2 innerhalb einzelner Unterrichtswerke - d.h. jeweils den Algebra- mit dem Analysis-Band desselben Unterrichtswerkes[76] - so stellt man fast überall mindestens eine Verdopplung des Aufgabentyps 2 fest, im Extremfall der Bücher Nr. 73 und 76 gar fast eine Verdreißigfachung.

Tabelle 6 : Aufgabentyp in 2 in Algebra- und Analysis-Banden desselben Unterrichtswerkes

Buchnummern	$\frac{23}{26}$	$\frac{34/35}{36}$	$\frac{43}{46}$	$\frac{53}{58/59}$	$\frac{63}{68/69}$	$\frac{73}{76}$	$\frac{83}{88/89}$
Algebra-Bd.	1,5	3,6/6,4	8,1	4,3	3,3	1,1	3,3
Analysis-Bd.	6,3	7,4	18,9	15,3 / 13,1	6,o/7,5	31,o	11,4 / 7,2

Über alle möglichen Differenzen in der didaktischen Konzeption hinweg scheinen sich also die Schulbuchautoren einig zu sein, daß diesem Aufgabentyp in den Analysis-Bänden mehr Platz als in den Algebra-Bänden zu widmen sei.

---

76 Auf diese Weise lassen sich die meisten Störfaktoren bei der Beurteilung des Einflusses der mathematischen Inhalte auf die Buchkonzeption ausschalten.

Gerade an diesem Aufgabentyp jedoch läßt sich exemplarisch die fachwissenschaftliche Orientierung der Unterrichtswerke abschätzen, weil Aufgaben dieses Typs am ehesten den Anforderungen entsprechen, die in der Fachwissenschaft Mathematik an einen Studierenden gestellt werden.

Selbst innerhalb der "Anwendungsaufgaben" (Typ 3) findet sich ein vergleichsweise hoher Anteil innermathematischer Anwendungen in den Analysis-Bänden, während sich bei den Anwendungsbereichen der Algebra-Büchern ein nach dem Schultyp, in dem das Buch verwendet wird, sehr differenziertes Bild entsteht[77].

Abschließend soll hier noch an die Verteilung in den Büchern der Teilzeitberufsschulen kontrastierend erinnert werden. Entsprechend ihrer Funktion war bei diesen Büchern der Situationsanteil sehr viel größer als in allen Büchern der Vollzeitschulen, Während der Mathematikanteil wesentlich unter den untersuchten Algebra- und Analysis-Bänden lag. Der Aufgabenanteil wiederum übertraf den der Bücher von Realschule, Fachschule, Fachoberschule und Gymnasium weit. Offensichtlich werden die Bücher der Teilzeitberufsschule nach völlig anderen didaktischen Konzeptionen als Analysis- oder Algebra-Bücher geschrieben, obwohl ihr mathematischer Inhalt dem der Algebra-Bände vergleichbar, zum Teil sogar mit ihnen identisch ist.

III.4.4 Schultypen

Wie bereits am Ende des letzten Abschnittes festgestellt wurde, weichen die Bücher der Vollzeitberufsschulen, der Realschulen und Gymnasien in

---

77 vgl. III.3.3

der Konzeption stark von der Fachrechenbücher der Teilzeitberufsschule ab.

Es lassen sich aber auch unter den Büchern der Vollzeitschulen durchaus noch unterschiedliche Schwerpunkte in den Mathematikbüchern feststellen: Während nämlich die Bücher der Vollzeitberufsschulen in ihren Bereichsanteilen kaum vom Gesamtdurchschnitt der untersuchten Bücher abweichen, läßt sich bei den Realschulbüchern gegenüber den Gymnasialbüchern eine deutliche Polarisierung feststellen: Die Realschulbücher räumen überdurchschnittlich viel Platz den Situationen und Aufgaben ein, dagegen legen die Bücher für die Gymnasien relativ viel Wert auf die Darstellung der mathematischen Theorie[78].

Tabelle 7: Textsortenanteile in den Schultypen

	Sit.	Math.	Aufg.
Realschulbücher	15,1	37,6	47,1
Gymnasialbücher	6,5	55,4	37,4
Berufsschulbücher (Vollzeit)	8,7	52,1	38,9
Teilzeitberufsschulbücher	33,5	11,o	55,4
Gesamtdurchschnitt	8,6	51,1	39,8

78 Die Werke Nr. 73,59 und 69 gehen bei dieser Durchschnittsbildung doppelt ein. Werk 73 wird nämlich an Realschulen und Gymnasien, die Bücher 59 und 69 an Fachoberschulen und Gymnasien verwendet, also auch jeweils zur Durchschnittsbildung herangezogen.

Man könnte nun einwenden, daß diese Gewichtung möglicherweise nur deshalb aufzuweisen sei, weil nur für Gymnasien und Fachoberschulen Analysis-Bände vorliegen, sodaß die stärkere Gewichtung der Mathematik sich aus der Betonung der Mathematik in den Analysis-Bänden ergibt[79].

Aber auch eine Untersuchung der Bereichsanteile ausschließlich in den Algebra-Bänden, die ja für alle drei Schultypen vorliegen, erbringt das gleiche Bild: in den Berufsfachschulen durchschnittliche Verteilung der Bereiche, Betonung der Situation (und Aufgaben) in den Realschulbüchern und Schwergewicht auf der Mathematik in den Büchern für das Gymnasium.

Tabelle 8 : Textsortenanteile der Algebra-Bücher - Schultyp-spezifisch

	Sit.	Math.	Aufg.
Realschul-Bücher	15,1	37,6	47,1
Gymnasial-Bücher	6,6	46,6	46,2
Berufsschul-Bücher (Vollzeit-)	9,1	44,2	46,5
Algebra-Bücher (Durchschnitt)	9,8	43,1	46,7

79 zur unterschiedlichen Gewichtung in den Algebra- und Analysisbänden vgl. III.4.3

Eine genauere Analyse der drei großen Textsorten Situationen, Mathematik und Aufgaben fördert interessante Unterschiede in den Konzeptionen der Schulbücher hervor: Bei den Situationen etwa scheinen die Realschulen insofern ihren Namen sehr ernst zu nehmen, als sie eben sehr viele Situationen präsentieren, während in den Berufsschulbüchern - vor allem der Algebra - die Auswahl der Lebensbereiche, aus denen die Situationen stammen, gerade auf den speziellen Berufsschultyp, an dem das Buch verwendet wird, abgestimmt ist. Bei Büchern der allgemeinbildenden Schulen dagegen lassen sich kaum Schwerpunktebereiche ausmachen, aus denen die dargestellten Situationen entstammen. Entsprechend dem schon quantitativ überdurchschnittlichen Gewicht der Mathematik in den Gymnasialbüchern orientieren sich die Mathematikwerke für das Gymnasium eher an fachwissenschaftlichen Standards als vergleichbare Werke für Realschule oder Berufsfachschule und Fachoberschule. Gerade bei den Algebra-Bänden - wo wegen des vergleichbaren Inhalts eine Untersuchung am sinnvollsten ist, zeigt sich die Richtigkeit dieser These deutlich: Während die Axiomatik in den Gymnasialbüchern einen festen Platz hat, beginnt sie sich in den Realschul- und Vollzeitberufsschulbüchern erst durchzusetzen, in den Büchern der Gymnasien werden deutlich mehr Sätze bewiesen oder mindestens mit einem Beweishinweis versehen als in den übrigen Algebra-Bänden und selbst die Beispiele in den Gymnasialbüchern haben eher illustrierende als hinführende Funktion, entsprechen also dem mehr deduktiven Aufbau der Mathematik.

Tabelle 9: Sätze und Beispiele - Schultyp-spezifisch

		Sätze		Beispiele	
		ohne Beweis oder	mit Beweishinw.	hinführend	illustrativ
Algebra	Berufsschulbücher	88,4	11,6	39,6	6o,4
	Realschulbücher	71,o	3o,o	53,5	46,6
	Gymnasialbücher	54,4	45,6	36,7	63,3
	Algebra-Bücher Gesamt	76,1	24,o	42,7	57,3
Analysis	Berufsschulbücher	57,5	42,6	36,6	63,4
	Gymnasialbücher	28,8	71,2	28,6	71,4
	Analysis-Bücher Gesamt	35,3	64,8	29,4	7o,6
Gesamtdurchschnitt		59,8	4o,3	37,8	62,6

In den Analysis-Bänden, wo ja nur noch Bücher für das Gymnasium und die Fachoberschule zu vergleichen sind, bietet sich ein analoges Bild: auch hier bieten die Gymnasialbücher eher Beweise zu ihren Sätzen an, auch der Anteil der illustrativen Beispiele liegt über dem Durchschnitt der untersuchten Bücher.

Die Betonung fachwissenschaftlicher Standards in den Gymnasialbüchern hält sich auch in den Aufgaben dürch: einzig beim Aufgabentyp 2

(Beweisforderungen, weitergehende Vermutungen, Aufsätze) nämlich liegen die Aufgabenanteile über dem Durchschnitt der untersuchten Bücher, und gerade dieser Aufgabentyp entspricht am ehesten den in der gängigen Fachwissenschaft gestellten Ansprüchen. Anwendungsaufgaben (Typ 3) dagegen sind relativ schwach vertreten, und selbst bei ihnen ist der Anteil der Aufgaben mit mathematischem Anwendungsbereich höher als sonst.[8o]

Tabelle 1o: Aufgabentypen- Schultyp-spezifisch

	Aufgabentypen			Aufgabenanteil
	Typ 1	Typ 2	Typ 3	Gesamt
Realschul-bücher	58,7	2,o	39,4	47,1
Gymnasial-bücher	59,4	1o,o	3o,6	37,4
Berufsschul-bücher	62,1	4,3	33,7	38,9
Gesamtdurch-schnitt	6o,2	6,5	33,3	39,8

Ansonsten ergibt sich ein zu der Verteilung der Situationen analoges Bild: Bücher, die in den technischen Berufsschulen verwendet werden, stellen relativ viel technologische Aufgaben, die Bücher der kaufmännischen Berufsfachschulen nehmen eher Aufgaben aus dem Wirtschaftsleben als vergleichbare andere Bücher auf, in den Büchern der Realschule stehen zwar überdurchschnittlich viele Anwendungsaufgaben, Schwerpunkte sind hier aber nicht feststellbar. Einig sind sich allerdings alle Bücher, daß den "Einsetzaufgaben" (Typ 1) eine hervorragende Stellung einzuräumen ist.

8o Vgl. III.3.3

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß die gymnasialen Bücher sich am weitesten - selbst bei den Aufgaben - am fachwissenschaftlichen Standard orientieren, während die Bücher aus der Realschule und den Berufsschulen den Situationen, in denen Mathematik verwendet wird, sowie den Anwendungsaufgaben mehr Platz einräumen als die Algebra- und Analysis-Bände des Gymnasiums.
Die Geschichte der Mathematik findet nur in den Büchern des letztgenannten Schultyps Erwähnung, fristet aber auch hier ein Schattendasein, auch bei der Ausstattung der Bücher scheinen die Gymnasialbücher bevorzugt zu werden.

III.5 Zusammenfassung

In den untersuchten Büchern lassen sich deutlich zwei unterschiedliche didaktische Konzeptionen feststellen, die verschiedenen Verwendungszwecken der Bücher gerecht werden wollen: Während die Fachrechenbücher für die Teilzeitberufsschule (von denen Bücher aus den Berufsfeldern Metallverarbeitung, Elektrotechnik und Kaufmann untersucht wurden) die dargestellten mathematischen Theorien nach ihrer Verwendung im zugeordneten Berufsfeld auswählen, scheint die Auswahl der mathematischen Inhalte bei den Büchern der Realschule, des Gymnasiums und der beruflichen Vollzeitschulen eher über die Fachwissenschaft Mathematik und schwer zu identifizierende - vermutlich historisch bedingte Faktoren vermittelt. Entsprechend ihrem unterrichtlichen Stellenwert wird die mathematische Theorie in den erstgenannten Büchern nur als Handwerkszeug dem Schüler angeboten, wobei die Begründungen für sein Funktionieren nicht unbedingt dargelegt werden müssen. Im Vordergrund - auch quantitativ - steht die Bewältigung berufsfeldspezifischer Situationen mittels der Mathematik, wobei großer Wert auf die Übertragung des Gebrauchs des Werkzeuges von der meist in einem gelösten Beispiel präsentierten Verwendungssituation auf vergleichbare Situationen gelegt wird. Diesem Ziel

soll ein Aufgabenteil dienen, der fast immer mehr als die Hälfte des Platzes in den Büchern einnimmt. Man kann hier ohne Übertreibung von typischen Aufgabensammlungen - und entsprechend von einer ausgeprägten "Aufgabendidaktik"[81] - sprechen. Eine Reflexion des Verhältnisses von Anwendungssituation und mathematischer Theorie findet nicht statt.

Die Bücher der Vollzeitschulen dagegen zeigen ein anderes, und möglicherweise überrasschend: relativ einheitliches Bild. Zunächst einmal muß nämlich hervorgehoben werden, daß zumindest die Algebra-Bücher der Realschule, des Gymnasiums und der beruflichen Vollzeitschulen in ihrem Stoffaufbau, methodischen Vorgehen und in der Gewichtung der Textsorten "Situationen", "mathematische Theorie" und "Aufgaben" überraschend homogen sind[82], was wegen ihrer angeblich unterschiedlichen Funktion im Bildungssystem der Bundesrepublik keineswegs selbstverständlich ist.

In den Algebra- und Analysis-Bänden dieser Schulen nimmt die Darstellung der mathematischen Theorie eindeutig die Vorrangstellung vor den Aufgaben und den Situationen ein. Dennoch kann die Fachwissenschaft Mathematik nicht der einzige Steuerungsfaktor dieser Darstellungen sein, da eine ausschließlich fachwissenschaftlich gesteuerte Darstellung der mathematischen Theorie sehr viel stärker beweisorientiert, deduktiv, wenn nicht gar axiomatisch wäre[83]. Allerdings kommen die neueren Bücher

---

81 vgl. Lenné, Helge, Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland, Stuttgart 1969, S. 34 f und 5o ff.

82 Das gilt in verstärktem Maße für die Analysis-Bände der Gymnasien und Fachoberschulen. Da die Analysis in Realschulen und den an die Hauptschule anschließenden Vollzeitberufsschulen üblicherweise nicht gelehrt wird, liegen hier keine vergleichbaren Schulbücher vor.

83 Das hierin implizierte Bild der Mathematik als deduktiv-axiomatisch verfahrend ist zwar selbst zu kritisieren - vgl. Teil I -, dennoch erscheint es als adäquate Beschreibung des Selbstverständnisses der Fachwissenschaft Mathematik geeignet, hier als Maßstab der Orientierung an der Fachwissenschaft zu dienen.

sowie die Analysis-Bände diesem "Ideal" deutlich näher, was Vermutungen über daneben wirkende Einflüsse(organisatorische als Verzögerung von Neuerungen und entwicklungspsychologische als Rücksichtnahme auf das Abstraktionsvermögen der Schüler) nahelegt. Weiter sind in diesem Zusammenhang schulspezifische Unterschiede festzustellen: die axiomatische Methode scheint langsam von den Gymnasien in die Realschulen und Vollzeitberufsschulen vorzudringen, deutlich ablesbar an neueren Büchern für die letztgenannten Schultypen. Die Aufgaben haben in den Büchern der Vollzeitschulen zuallererst die Funktion, im mathematischen Teil dargestellte Verfahren und Schlußweisen einzuüben, die "Einsetzaufgaben" sind in aller Regel der häufigste Aufgabentyp. Nur in drei älteren Büchern laufen ihnen die "Anwendungsaufgaben" den Rang ab, dieser Aufgabentyp der "eingekleideten Aufgabe" ist - mit einer Ausnahme - der zweitwichtigste. Hier lassen sich auch am ehesten die Einflüsse der traditionellen Rechendidaktik mit ihren Brunnen-, Röhren und Verteilungs- bzw. Mischungsaufgaben aufweisen. Der Trend zur Strukturmathematik dagegen findet seinen Niederschlag im dritten, meist am wenigsten - in einigen Büchern gar überhaupt nicht - vertretenen Aufgabentyp wieder, der Beweise, Vermutungen bzw. "mathematische Aufsätze" verlangt.

Die Darstellung von "Verwendungssituationen" oder außermathematischen Anlässen, mathematische Theorien zu entwickeln, spielt dagegen in den Unterrichtswerken der Vollzeitschulen kaum eine Rolle. Auch inhaltlich gelingt hier höchst selten der Aufweis einer produktiven Wechselbeziehung zwischen formaler Theorie und materieller Wirklichkeit, die dargestellten Situationen erscheinen als lästiges, vielleicht motivierendes Vorspiel oder als Illustration zur mathematischen Theorie, die ohne diese Ausflüge in die Realität auskommt.

Abschließend soll als Zusammenfassung die Verteilung der Textsorten- und Aufgabenanteile in den einzelnen Buchsorten wiedergegeben werden,

die die meisten der o.g. Aussagen bestätigen:

Tabelle 11: Textsorten und Aufgabentypen - Zusammenfassung

	Textsorten			Aufgabentypen		
	Sit.	Math.	Aufg.	Typ 1	Typ 2	Typ 3
Neuauflagen	11,6	5o,o	38,3	57,3	11,1	31,8
bis 5. Aufl.	7,o	55,8	36,7	64,3	6,8	29,o
mehr als 5. Aufl.	9,9	39,4	45,5	54,9	3,9	41,1
Algebra-Bände	9,8	43,1	46,7	61,1	2,6	36,2
Analysis-Bände	6,9	63,1	29,4	58,7	12,4	28,9
Teilzeit-berufsschule	33,5	11,o	55,4	-------entfällt--------		
Vollzeit-berufsschulen	8,7	52,1	38,9	62,1	4,3	33,7
Realschule	15,1	37,6	47,1	58,7	2,o	39,4
Gymnasium	6,5	55,4	37,4	59,4	1o,o	3o,6
Gesamtdurch-schnitt (Vollzeit-schulen)	8,6	51,1	39,8	6o,2	6,5	33,3

III.6 Bewertung der Ergebnisse der Inhaltsanalyse

In diesem Abschnitt sollen die Ergebnisse der Inhaltsanalyse unter zwei Gesichtspunkten gedeutet werden: Rückblickend soll versucht werden, die Darstellung der mathematischen Theorien in den Schulbüchern mittels der in I. und II. dargelegten fachdidaktischen und erziehungswissenschaftlichen Kategorien zu bewerten (Abschnitt III.6.1), danach soll auf einige Konsequenzen aus der Analyse für den Schulunterricht und die Schulpolitik eingegangen werden (Abschnitt III.6.2).

III.6.1 Fachdidaktik und Erziehungswissenschaft

III.6.1.1 Fachdidaktik

Die untersuchten Unterrichtswerke für den Mathematikunterricht an allgemein- und berufsbildenden Vollzeitschulen sind in der Tat als Produkte einer Fachdidaktik anzusprechen, die dem zugeordneten Fach, nämlich der Mathematik, eine hervorragende Stellung in der Konzeption der Bücher einräumt. Dabei übernimmt sie unverändert das Selbstverständnis der Universitätsmathematik als Strukturspiel, das sich von seinen Anwendungszusammenhängen unabhängig bewegt und entwickelt. Im Sinne der in I. entwickelten fachdidaktischen Alternative sind die Mathematikbücher des Gymnasiums - und mit Einschränkungen auch die der Realschule und der Vollzeitberufsschulen - als eindeutig "Mathematik-orientiert" zu charakterisieren. Die für ältere Schüler konzipierten Analysis-Bände kommen dabei eher dem fachwissenschaftlichen Ideal streng deduktiven Argumentierens nahe, während die vorher zu benutzenden Algebra-Bände induktiv von der Darstellung einfacher Sonderfälle zu allgemeineren Theorien fortschreiten. Im Gegensatz zu den Analysis-Bänden, wo die axiomatische Fixierung des Gegenstandes der reellen Zahlen - am Anfang steht, schließen die Algebra-Bände ihre Behandlung der rationalen Zahlen mit einer axiomatischen Festlegung des Gruppen- und Körperbegriffes ab. Insofern genügen zumindest die im Unterricht verwendeten Bücher den Forderungen der in der BRD verbindlichen Beschlüsse der Kultusministerkonferenz von 1968, die die Heranführung an die axiomatisierende Methode vorschrieben, mit der eher deduktiven Strukturierung der Analysis-Bände gehen sie sogar über diese Forderung hinaus.

Allerdings vernachlässigen die Bücher - vor allem die des Gymnasiums - eine adäquate Darstellung der gesellschaftlichen Nutzung der

Mathematik. Weder in zusammenhängenden Texten ("Situationen") noch im meist umfangreichen Aufgabenteil wird dem Schüler die Nutzung mathematischer Theorie durch Bewältigung konkreter Probleme mittels der Mathematik in dem Sinne nahegebracht, daß er den Abstraktionsprozeß von der Situation zu einem mathematischen Modell, der Problemlösung in diesem und der Konkretion der formalen Lösung in der realen Situation nachvollziehen könnte. Vielmehr werden ihm strukturgleich gemachte Ausschnitte aus der Realität vorgegeben, deren Bewältigung mittels der mathematischen Theorie durch Einsetzen von aus der Situation entnommenen Werten in ihm bekannte Formeln und Berechnung des mathematischen Ergebnisses geleistet wird.

Diese Entwicklung läßt sich gegenwärtig auf zwei Linien verfolgen: die "Mathematik-orientierte" Darstellungsweise dringt aus den Büchern des Gymnasiums in die der Realschule und der Vollzeitberufsschulen vor (Schultyp-spezifische Entwicklung), die neu erscheinenden Bücher aller Schultypen orientieren sich zunehmend an der Fachwissenschaft Mathematik (zeitliche Entwicklung). Insofern ist die Prognose von Helge Lenné voll eingetroffen, daß die Neue Mathematik vordringen werde[84], während die "Momente allgemeiner, nicht unmittelbar auf das Fach bezogener Bildung ... weitgehend eliminiert erscheinen".[85]
Auch in den Büchern der Teilzeitberufsschule läßt sich diese Entwicklung zur sogenannten Neuen Mathematik nachweisen[86], doch ist bei einer Beurteilung dieser Werke die von den Büchern der Vollzeitschulen unterschied-

---

84 Vgl. Lenné, Helge: Analyse der Mathematik-Didaktik in Deutschland, Stuttgart (Klett) 1969, S. 94

85 Lenné, Helge, a.a.O., S. 83

86 Vgl. die Untersuchung des Buches Nr. 08 in III.1

liche Verwendungssituation zu berücksichtigen. Schon vom Unterrichtsziel her geht es hier um die Vermittlung berufsspezifisch nötiger Mathematik, eine adäquate Darstellung der Nutzung von Mathematik wäre also in diesen Schulbüchern am ehesten zu erwarten. Diese Hoffnung wird jedoch enttäuscht, Mathematik wird in diesen Bänden zur Kunst, gegebene Formeln günstig umzustellen, das Werkzeug Mathematik muß in seiner Funktionsweise unbegriffen bleiben.

Nur in Einzelfällen findet man auch systematisch bedeutsame Abweichungen vom oben beschriebenen Trend. So stellt das älteste der untersuchten Realschulbücher[87] ganze Aufgabenserien unter jeweils einem außermathematischen Thema zusammen, könnte diese also unter nicht-mathematischen Gesichtspunkten, etwa der Relevanz der Situationen für den Schüler oder zukünftigen "mündigen Bürger" auswählen.

Zwei ältere Analysis-Werke[88] für das Gymnasium wiederum versuchen die Flexibilität der Mathematik - die Anwendbarkeit derselben formalen Theorie auf verschiedene reale Probleme-dadurch dem Schüler zu erläutern, daß tatsächlich Anwendungen derselben Kurvendiskussion in verschiedenen gesellschaftlichen Bereichen angegeben werden.

Andererseits ist auf die Eintönigkeit der untersuchten Schulbücher hinzuweisen, die sich teilweise nicht einmal im Aufgabenmaterial unterscheiden - gewisse Extremwertaufgaben finden sich in fast allen Analysis-Bänden - , von der Illustration des Ableitungsbegriffs durch den Zusammenhang von Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung und Zeit ganz zu schweigen.

III.6.1.2 Erziehungswissenschaft

Sieht man einmal von den Büchern für die Teilzeitberufsschule ab, die sich eher in die Konzeption einer Didaktik der entsprechenden Berufs-

---

87 das Werk Nr. 16

88 die vom gleichen Team geschriebenen Bücher Nr. 88 und 89.

felder einordnen müssen[89], so lassen die Bücher der Vollzeitschulen auf eine bestimmte Konzeption der Didaktik der Mathematik schließen: Man würde nämlich nur geringfügig übertreiben, wenn man die Didaktik der Mathematik, wie sie sich in den untersuchten Büchern niederschlägt, als Abbilddidaktik charakterisieren würde, die dem Schüler ein verkleinertes und vereinfachtes Bild der Universitätsmathematik liefern möchte.
Die für eine Fachdidaktik wesentlichen Fragen der Psychologie des Mathematiklernens, der Lernkontrolle, der verwendeten Medien, der Unterrichtsorganisation, der fachübergreifenden Lernziele (einschließlich einer Einschätzung der gesellschaftlichen Funktion des zu vermittelnden Wissens und einer Einordnung in das gesamte Wissen des Einzelnen wie der Gesellschaft)[90] werden - wenn überhaupt - erst nach der fachwissenschaftlich gesteuerten Reflexion über unverzichtbare und vordringliche Unterrichtsgegenstände zugelassen.

Auf diese Weise isoliert sich die Fachdidaktik von allgemeineren erziehungswissenschaftlichen Fragestellungen und setzt sich der Gefahr aus, zur erziehungswissenschaftlichen Provinz zu werden[91], in der die Diskussionen und Erkenntnisfortschritte der Erziehungswissenschaft nicht mehr wahrgenommen, geschweige denn verstanden werden[92].

---

89 in der allerdings eine Reflexion über die Stellung des Fachrechnens und die Anwendung von Mathematik zu leisten ist, die meines Erachtens zu anderen als den untersuchten Fachrechenbüchern führen müßte.

90 Vgl. den I.3 angeführten Fragehorizont einer Fachdidaktik der Mathematik.

91 Die Tatsache, daß sie dennoch in der öffentlichen Diskussion gehört wird, erklärt sich dann aus der - womöglich fälschlichen - gesellschaftlichen Wertschätzung der Mathematik, nicht aus der Bedeutung der durch die Fachdidaktik gemachten Aussagen.

92 Verständlich - wenn auch nicht verzeihlich - wird so die andauernde Meinung unter Fachdidaktikern der Mathematik, die allgemeine "Pädagogik" könne man innerhalb der Fachdidaktik ohnehin nicht gebrauchen. In der Mathematik sei eben "alles anders".

Für die Beurteilung der Ergebnisse der Inhaltsanalyse hat die Isolation der Fachdidaktik von allgemeineren erziehungswissenschaftlichen Fragen die Konsequenz, daß neben einem Katalog von Defiziten der Fachdidaktik wenig über diese zu sagen ist. Dennoch will ich eines dieser Defizite kurz darstellen und zu interpretieren versuchen.

Vergleicht man nämlich die Richtlinien wie auch die untersuchten Schulbücher der Vollzeitschulen mit denen anderer Schulfächer, so fallen die Unterrichtsvorgaben des Faches Mathematik durch eine extreme Stofforientiertheit auf, wobei die Stoffauswahl wesentlich durch die zugeordnete Fachwissenschaft gesteuert erscheint. Überfachliche Lernziele werden nur selten und in allgemeinen Zielformulierungen berücksichtigt, wobei eine Konkretisierung im Rahmen der Stoffpläne oder durch Teillernziele geringerer Reichweite in aller Regel unterbleibt. Nach Präambeln mit hehren Bildungszielen oder der Beschwörung der technisierten Welt folgen - im Sinne der Fachmathematik möglicherweise modernisierte- Stoffpläne, in denen die überfachlichen Gesichtspunkte keine Rolle mehr spielen.
Dementsprechend vollzieht sich der Übergang von den Stoffplänen zu Lernzielkatalogen - wenn überhaupt - rein formal, indem die fachwissenschaftlich selektierten Stoffe in die Lernzielformulierung "der Schüler soll.... wissen (bzw.: können)" eingesetzt werden. Auch die Problematik der Operationalisierung von Lernzielen ist so leicht zu bewältigen, da es sich meist um kognitive Lernziele handelt, deren Operationalisierung zumindest auf den untersten Komplexitätsstufen "Kenntnisse", "Verständnis" und "Anwendung" relativ einfach ist[93].
Die in der Lernzieldiskussion angestrebte Problematisierung der Einengung der Unterrichtsziele auf den kognitiven Bereich und Vernachlässigung des affektiven und psycho-motorischen Bereichs[94] sowie die behavioris-

---

93 Die Begrifflichkeit entstammt bewußt der Bloomschen Lernzieltaxonomie. vgl.etwa: Krathwohl,David R.: Der Gebrauch der Taxonomie von Lernzielen in der Curriculumkonstruktion,abgedruckt in:Achtenhagen,F.-Meyer,H.: (Hrsg.):Curriculumrevision-Möglichkeiten und Grenzen,München(Kösel)1971, S.75 ff oder kürzer:Meyer,Hilbert:Trainingsprogramm zur Lernzielanalyse, Frankfurt(Fischer-Athenäum) 1974, S. 79 ff

94 Die Problematik dieser Unterscheidung soll hier außer acht bleiben. Wichtig ist in diesem Zusammenhang der aus der Vernachlässigung der erziehungswissenschaftlichen Diskussion entstehende Verlust an Problembewußtsein.

tische Schlagseite einer auf Operationalisierung eingeschworenen Lernzieltheorie geraten auf diese Weise völlig aus dem Blickfeld der Fachdidaktik.

Außerdem vergißt die Mathematikdidaktik über ihrer Orientierung an der Mathematik nur zu schnell, daß der Unterricht, den sie planen helfen soll, für den Schüler und dessen Vorbereitung auf selbstständiges und selbstverantwortetes Leben veranstaltet wird und daß die Mathematik nur einen (geringen) Teil der Qualifikationen zu vermitteln vermag, die der Schüler sich aneignen sollte. Jedenfalls wird nur ein minimaler Teil der Schüler, die Mathematik zu lernen haben, diese als (reine) Universitätsmathematiker gebrauchen können; für die Mehrzahl der Schüler kann sie nur - begriffenes oder unverstandenes-Werkzeug zur Bewältigung von Situationen sein.

III.6.2 Schule und Schulpolitik

III. 6.2.1 Vollzeitschulen

Einige der Ergebnisse der Inhaltsanalyse legen Aussagen und Folgerungen für alle Vollzeitschulen nahe, aus denen Unterrichtswerke analysiert wurden.

Zunächst einmal ist auf die inhaltliche Gleichförmigkeit der Schulbücher so unterschiedlicher Schulformen wie der Berufsfachschule, der Fachoberschule, der Realschule und des Gymnasiums hinzuweisen. Zumindest für das Fach Mathematik (oder Rechnen) scheinen in Teilgebieten die Unterrichtsstoffe so einheitlich, daß man ohne zu große Schwierigkeit Bücher für alle Schulformen gemeinsam konzipieren könnte; wie die untersuchten Bücher könnte man nur die Anwendungsbereiche der in allen Bänden gleichen Mathematik entsprechend der Schulform - und den zukünftigen Nutzungs-

bereich für die Mathematik - variieren. Die im deutschen Schulwesen übliche - und inzwischen ja auch problematisierte - Teilung von berufs- und allgemeinbildendem Schulwesen findet zumindest für die untersuchten Teilgebiete der Mathematik keine inhaltliche Stütze, vielmehr führt die Orientierung an der für alle Schulformen gleichen Fachwissenschaft Mathematik zu einer Angleichung der Unterrichtsstoffe verschiedener Schultypen untereinander. Mit dieser fachwissenschaftlichen Orientierung werden allerdings neben der inadäquaten Darstellung der Verwendung dieser Wissenschaft andere Nachteile eingehandelt. Eben dieser Verzerrung der Präsentation von gesellschaftlicher Nutzung der Mathematik entspricht nämlich-und findet darin ihre Stütze-die Verachtung angewandter Mathematik innerhalb der Universität, deren Verhältnisse sich in diesem Punkt auf die Schüle übertragen. Für den an der Universität ausgebildeten Lehrer wird dadurch ein ohnehin latenter Rollenkonflikt verstärkt, indem er nämlich durch die erste Phase seiner Ausbildung und die Fachdidaktik seines Faches zu einem Fachwissenschaftler erzogen wird, während er für seine pädagogische Aufgabe an der Schule aus diesen beiden Richtungen keine oder kaum Hilfe erhält. Das Fachlehrerprinzip - mit der in Nordrhein-Westfalen möglichen Verschärfung des Ein-Fach-Lehrers für Mathematik zumindest an Gymnasien - kommt dieser Ausrichtung auf die Fachwissenschaft noch entgegen, so lange sich die Erziehungswissenschaft als unfähig erweist, in der Schulpraxis nutzbare Hilfen zu geben. Gleichzeitig verstärkt dieses Prinzip die Blindheit der Mathematiklehrer für die Fülle gesellschaftlicher Nutzung ihres Faches.

Innerhalb der Schule - speziell der Entwicklung oder Fortentwicklung der Curricula - könnte sich bei konsequenter Weiterführung dieses Trends die Mathematik vollends ihre - heute noch in den Büchern aufweisbaren- Verbindungen zu anderen Fächern, besonders der Physik, verlieren und sich

völlig dem reinen Strukturspiel ohne Rücksicht auf seine Verwendbarkeit widmen. Ein Verzicht auf die Mathematik als Unterrichtsgegenstand läge dann nahe; gewisse noch nötige Rechenfertigkeiten müßten im Zusammenhang ihrer Benutzung gelehrt werden.

III.6.2.2 Vollzeitberufsschule

Bei den Büchern der Vollzeitberufsschulen fällt - im Gegensatz zu denen der allgemeinbildenden Schulen - das Fehlen einer Darstellung der gesellschaftlichen Nutzung der Mathematik und einer Anleitung für den Lernenden dazu auf. Die Behandlung mathematischer Theorien in den berufsvorbereitenden Schulen läßt sich ja gerade mit den Anwendungen der Theorien in den verschiedenen Berufsfeldern begründen[95], die Bücher der Vollzeitberufsschulen versagen vor diesem Anspruch völlig. Stattdessen werden dem Schüler mathematische Verfahren gelehrt, ohne daß er den fachwissenschaftlichen Grund ihres Funktionierens kennenlernt oder die für die Mathematik typische Übertragbarkeit einer Theorie auf verschiedene Situationen auch nur demonstriert bekäme. Vielmehr werden hier dem Schüler Werkzeuge an die Hand gegeben, von denen er weder ihre Wirkungsweise noch ihren Zweck einsehen kann.

III.6.2.3 Realschule

Bei den Realschulbüchern finden sich noch die umfänglichsten Darstellungen außermathematischer Situationen zur Motivierung oder Illustration mathematischer Theorien. Vergleicht man dazu die Richtlinien der Realschule, so spielen im Vergleich zum Gymnasium eher überfachliche Gesichtspunkte eine Rolle, die im Mathematikunterricht zu vermittelnden

---

95 Und wird auch so verstanden, vgl. II.3.1

Qualifikationen sind nicht in jedem Fall an mathematische Lerninhalte und Methoden gebunden[96]. Dennoch gilt auch für die Realschulbücher die Charakterisierung"Mathematik-orientiert", die Anwendungen der Mathematik spielen auch in diesen Büchern nur eine Nebenrolle.

III.6.2.4 Gymnasium

Die Bücher, die am Gymnasium verwendet werden, lassen sich als die Spitzenreiter im Trend zur Orientierung der Schulbücher an der Fachwissenschaft Mathematik bezeichnen. In ihnen finden sich die der Universitätsmathematik vergleichbarste Darstellungsweise; außermathematische Situationen und Anwendungsaufgaben spielen in ihnen die geringste Rolle.

Die Einführung des Kurssystems in der reformierten Oberstufe wird diesen Trend noch verstärken. Indem es nämlich die einzelnen Lerngruppen nur jeweils für einen bestimmten Kurs - zum Beispiel einen über Differentialrechnung - zusammenführt, kann der Unterricht sich nicht mehr auf ein den Schülern der Lerngruppe gemeinsames Wissen etwa über physikalische Zusammenhänge stützen. Vielmehr ist der Lehrende systematisch zu einer Darstellungsweise gezwungen, die sich nur im Rahmen des Kursthemas bewegt, und die sind - zumindest in den Empfehlungen für Nordrhein-Westfalen mit Ausnahme des Kurses "Wirtschaftmathematik" - ohne klaren Bezug auf einen außermathematischen Bereich konzipiert.[97]

Möglicherweise wird die Ausblendung außermathematischer Bezüge aus dem Mathematikunterricht auch von den Schülern begrüßt werden. So kann nämlich die für den Mathematikunterricht immer wieder beklagte Stoff-

---

96 vgl. wiederum II.3.1

97 vgl.: Kultusminister des Landes NW. (Hrsg.): Curriculum Gymnasiale Oberstufe - Mathematik, Düsseldorf (Henn) 1972, 2. Ausgabe

fülle im Mathematikunterricht[98] auf den ersten Blick wenigstens an einer Stelle reduziert werden, woran Schüler nicht zuletzt wegen guter Noten interessiert sind - und die scheinen bei geringerer Stoffülle eher erreichbar.[99]

---

98 vgl. Lenné, Helge: Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland, a.a.O., S. 95 f, wo die These von der Stoffreduzierung durch die Neue Mathematik allerdings bestritten wird. Vgl. außerdem ebenda, s. 2o9 ff.

99 Durch den Numerus-Clausus für eine immer größere Fächerzahl wird dieses Interesse nachhaltig unterstützt.

Anhang I : Inhaltsanalyse - zur Methode der Arbeit

Anhang I : Inhaltsanalyse - zur Methode der Arbeit

Versteht man unter Inhaltsanalyse den methodisch kontrollierten Versuch, Texte unter Kategorien statistisch darzustellen und zu interpretieren[1], so sind mit diesem Verständnis auch die Probleme dieses Analyseinstruments angegeben.

Wenn sich auch Forschungsmethodologen einigermaßen einig sind, daß "die der Inhaltsanalyse .... unterworfenen Materialien durch irgendeine soziologische Theorie geordnet werden müssen"[2], so stellt sich bei der Durchführung einer Inhaltsanalyse zunächst immer die Frage nach der diese Analyse steuernden Theorie. In der vorliegenden Arbeit habe ich versucht, im Rahmen einer Untersuchung Mathematik-didaktischer, allgemein-didaktischer, Fach-mathematischer und geschichtlicher Aussagen einen theoretischen Bezugsrahmen zu schaffen, der sowohl die Datenerhebung bei der Textanalyse wie auch die Interpretation des erhobenen Matherials steuert. Dabei war der Bezugsrahmen von vorneherein so offen angelegt, daß einander widersprechende Auffassungen zur Mathematik und ihrer Anwendung in diesem Rahmen erfaßbar waren, und somit eine Präjudizierung des Ergebnisses durch die Analysekategorien weitgehend ausgeschlossen war (vgl. z.B. die verschiedenen Typen einer Didaktik der Mathematik in I.3).

Berücksichtigt man im weiteren zunächst nur das methodische Vorgehen, so lassen sich idealtypisch zwei Varianten von Inhaltsanalyse unterscheiden: einmal die "statistische Organisation symbolischen

---

1 vgl. Ritsert, Jürgen: Inhaltsanalyse und Ideologiekritik - ein Versuch über kritische Sozialforschung, Frankfurt (Athenäum-Fischer) 1972, S. 9

2 vgl. neben Ritsert, a.a.O., S. 45 hier auch: Cicourel, Aaron v.: Methode und Messung in der Soziologie, S. 203, wobei seine oben zitierte Einschränkung auf soziologische Theorien zur Ordnung des Textmaterials meines Erachtens überflüssig ist.

Materials mit Hilfe eines kategorialen Rahmens"[3], wobei man diese Inhaltsanalysen wegen des Primats der Quantifizierung bei ihrer Durchführung auch verkürzend "quantitative" Inhaltsanalysen nennen könnte.[4] Diesem weit verbreiteten Typ stehen die "qualitativen" Inhaltsanalysen gegenüber, die über die "statistische Semantik" hinaus bemüht sind, den Kontext der analysierten Texte zu rekonstruieren, latente Sinnstrukturen eines Textes zu berücksichtigen, Einzelfällen ohne statistische Signifikanz Beachtung zu schenken und die Tatsache zu berücksichtigen, ob Texteinheiten auftauchen - oder nicht - , deren Behandlung wegen des Inhalts des untersuchten Textes zu erwarten oder vermuten ist (Kontext - Latenz - Singularität - Präsenz).

Diese hier von mir nur in Anlehnung an Ritsert gemachte Unterscheidung geht davon aus, daß die von Ritsert herausgearbeitete Entgegensetzung der obengenannten methodischen Unterschiede für die Charakterisierung einer Inhaltsanalyse zentral sind, daß jedoch sein Bezug auf die "Dechiffrierung des gesellschaftlichen Gehalts" der untersuchten Texte den methodischen Rahmen überschreitet. Tatsächlich sagt die Frage nach dem gesellschaftlichen Gehalt des Textes nämlich etwas über die Intention einer Untersuchung, über das Forschungsinteresse aus.
Andererseits ist natürlich Ritsert Recht zu geben, daß zur Verfolgung eines bestimmten Forschungsinteresses auch spezifische Forderungen an das Forschungsinstrument zu stellen sind und daß die von ihm über die "quantitative" Inhaltsanalyse hinausgehend angeführten Gesichtspunkt erst eine an Ideologiekritik interessierte Inhaltsanalyse ermöglichen. Dennoch will ich die Begriffe "quantitative" versus

---

3 Ritsert, a.a.O., S. 19. Er rechnet dazu die Frequenz-, Valenz-, Intensitäts- und Kontingenzanalysen einschließlich der inhaltsanalytischen Computerprogramme.

4 Eine mögliche wissenschaftstheoretische Qualifizierung dieser Inhaltsanalysen soll hier unterbleiben.

"qualitative" Inhaltsanalyse zunächst nur auf das Verfahren bezogen wissen, um Mißverständnisse zu vermeiden. Im Übrigen kann auch eine in dem so präzisierten Sinne qualitativ verfahrende Inhaltsanalyse bar jeden ideologiekritischen Interesses durchgeführt werden. Andererseits wird durch die von mir getroffene Unterscheidung von vorneherein klar, daß eine ideologiekritische Inhaltsanalyse sich natürlich auch quantifizierender Verfahren bedienen kann, ohne ihren Anspruch zu verlassen.

Will man die vorliegende Arbeit im Rahmen dieser Begriffe qualifizieren, so handelt es sich weder um eine rein "quantitative" Inhaltsanalyse, noch um eine, die das Auszählen von Häufigkeiten im Textmaterial für irrelevant hält. Tatsächlich stützen sich ja wesentliche Aussagen der Arbeit (etwa die über die Vergleichbarkeit der Bücher verschiedener Schultypen) gerade auf die Auszählung der Textsorten-Anteile "Situation", "Mathematik" und "Aufgaben", benutzt also ein typisches Verfahren quantitativer Inhaltsanalyse.

Wegen der schon vor der Analyse erarbeiteten theoretischen Interpretationsfolie konnte sich die Arbeit jedoch nicht auf diese quantitativen Verfahrensweisen beschränken, wenn sie dem formulierten Bezugsrahmen gerecht werden wollte. So machte etwa das Interesse an der Frage, wieweit sich die Schulbücher an der als axiomatisch verfahrend charakterisierten Fachmathematik orientieren, eine Untersuchung erforderlich, wieweit sich dieses Verfahren in den Büchern nachweisen lasse (Präsenz).
Auch statistisch irrelevante Textteile konnten wegen der formulierten Interpretationsfolie als bedeutsam für die Analyse erkannt werden (Singularität)[5].

---

[5] Vgl. etwa die Darstellung verschiedener Anwendungen derselben mathematischen Theorie in den Analysis-Bänden Nr. 88 und 89 oder die Zusammenfassung von "eingekleideten Aufgaben" unter außermathematischen Gesichtspunkten im Unterrichtswerk Nr. 16.

Eben dieses Vorverständnis erlaubte es auch bei der Datenin-terpretation, begründete Vermutungen über die Vorstellungen der Buchautoren bezüglich der Mathematik zu formulieren[6] (Latenz).

Dennoch strebt die Arbeit keine methodologische Aktualität an, da das Schwergewicht nicht auf einer Erprobung oder Verbesserung inhaltsanalytischer Verfahren lag. Vielmehr ging es darum, mit einfachen Methoden empirisch begründete Aussagen über die Darstellung bestimmter mathematischer Theorieteile in Schulbüchern zu gewinnen und zu interpretieren[7].

Rückblickend würde ich sagen, daß sich die verwendeten Verfahren im Wesentlichen bewährt haben, zumindest ließen sich die gewonnenen Daten m.E. sinnvoll interpretieren, das heißt auch: im Rahmen des erarbeiteten Vorverständnisses deuten, ohne zu logisch widersprüchlichen Aussagen zu kommen, die jedoch inhaltlich bedeutsam sind.

Lediglich an einer Stelle versagten die von mir geplanten Verfahrenweisen: bei der Zuordnung der dargestellten "Situationen" und "eingekleideten Aufgaben" zu gesellschaftlichen Bereichen, aus denen sie entnommen wurden. Allerdings zeigt in diesem Falle das Versagen der Methodik nicht so sehr ein Verfahrensdefizit, als vielmehr einen Ausfall, eine Leerstelle in der Didaktik der Mathematik-Schulbücher an: Da das Problem einer adäquaten Darstellung der Anwendung von Mathematik außerhalb dieser Wissenschaft für die Schulbücher nicht gelöst ist, versagen Verfahren, die diese Dar-

---

6 etwa die Vermutung, die meisten Buchautoren neigten eher einem idealistischen Verständnis von Mathematik zu, welches Anwendungen derselben nur als "Wunder" begreifen - und sie damit auch nicht erklären, geschweige denn: lernbar - machen kann.

7 Auch die Tatsache, daß es sich bei der Arbeit um eine Einzeldissertation handelt, die eben nicht vordergründig methodisch interessiert war, ergab sich der Zwang zu methodischer Bescheidenheit.

stellung näherhin qualifizieren wollen. Inhaltliche Defizite führen das Versagen der Methode herbei.

Anhang II : Die Fachleiter-Befragung - Ablauf und Ergebnisse

Anhang II: Die Fachleiter-Befragung - Ablauf und Ergebnisse

Wie bereits in II.4 dargestellt, entschloß ich mich zu einer eigenständigen Feststellung der Unterrichtswerke, die in den Schulen tatsächlich verwendet werden. Dazu bat ich die Fachleiter der Realschulen und Gymnasien für das Fach Mathematik, mir die drei im Bereich ihres Bezirksseminars am häufigsten benutzten Bücher zu nennen[1].

Die Adressen der Fachleiter entnahm ich den Jahrbüchern der Lehrerverbände[2] für das Jahr 1971/72, d.h. der Ende Februar neuesten Auflage. Um alle Fachleiter des Faches Mathematik im Lande Nordrhein-Westfalen im Schuljahr 1972/73 zu erfassen, überprüfte ich die Angaben sofort bei Erscheinen des neuen Jahrbuches des Philologenverbandes (für das Schuljahr 1972/73)bzw. durch eine Anfrage bei den Regierungspräsidenten in Düsseldorf und Münster für die Realschulfachleiter, da das Jahrbuch des Realschullehrerverbandes lange auf sich warten ließ.

Für den so festgelegten Adressatenkreis bereitete ich Fragebögen vor, die eine schnelle und mühelose Beantwortung ermöglichen sollten[3] und auf denen jeweils bis zu 9 der vermutlich verbreitetsten Schulbücher angegeben waren.[4] In einem Anschreiben wurde das Anliegen der Befragung kurz dargestellt, ein adressierter und frankierter Antwortumschlag lag diesen Schreiben bei.

---

1 Da in den Bezirken nur im Schuljahr 1972/73 nur jeweils drei Bücher eingeführt sein durften,fragte ich nach den drei häufigsten Unterrichtswerken.

2 gemeint sind der Realschullehrerverband und der Philologenverband.

3 vgl. die Originale am Schluß des Anhangs.

4 Diese Unterrichtswerke waren nach den mir vorliegenden Informationen über den Gebrauch der Unterrichtswerke zusammengestellt - vgl. Hauptteil II.4.

56 Briefe an Fachleiter gingen am 23.2.1973 zur Post, weitere 4 Fachleiter an Gymnasien schrieb ich am 21.3.73 an, ebensoviele Fachleiter an Realschulen wurden mir neu von den Regierungspräsidenten genannt und angeschrieben. Im Ganzen befragte ich also 64 Fachleiter für Mathematik, wobei ich Mitte des Jahres 1973 den Fachleitern, die bis dahin nicht geantwortet hatten, einen Brief mit einer Erinnerung an den Fragebogen und der Bitte um Beantwortung schickte.
Bis Oktober 1973 hatte ich 52 Antwortbriefe erhalten, was einer Rücksendequote von immerhin 81,2 % entspricht. Durch diese hohe Rücksendequote erschien mir die Repräsentativität der Umfrageergebnisse hinreichend gesichert, um auf sie die Auswahl der zu untersuchenden Unterrichtswerke zu stützen. Nachfolgend will ich die Ergebnisse mitteilen, wobei Unstimmigkeiten innerhalb der Nennungen von ersten, zweiten und dritten "Plätzen" daraus resultieren, daß einige Fachleiter nur zwei häufig benutzte Bücher angaben, weil im Bereich ihres Seminars wohl nur zwei Unterrichtswerke im Gebrauch waren, andere Fachleiter nannten auf dem dritten Rang zwei Unterrichtswerke; einige der Befragten schrieben mir, sie seien inzwischen keine Fachleiter mehr, sodaß auch nicht die volle Zahl von 64 Nennungen erreicht wurde.

Für die Algebra-Bände der Realschulen erhielt ich folgende Angaben:

Tabelle II.1 Algebra-Bände an Realschulen (Fachleiter-Befragung)

Buchtitel	Anzahl der Nennungen an erster Stelle	zweiter Stelle	dritter Stelle
Unger/Traeger: "Mathematisches Arbeitsbuch für Realschulen", Diesterweg-Verlag.....	2	1	3
Schröder/Uchtmann: "Einführung in die Mathematik", Diesterweg-Verlag.....	6	5	1
Kusch/Aits: "Mathematik", Giradet-Verlag, Essen	o	o	o
Andelfinger u.a.: "Mathematik", Herder Verlag Freiburg.....	o	2	o

Fortsetzung von Tab. II.1

Buchtitel	Anzahl der Nennungen an ersten Stelle	zweiter Stelle	dritter Stelle
Gladen: "Mathematisches Unterrichtswerk für Real- und Mittelschulen, Algebra-Bände, Verlag F. Schöningh.....	o	o	o
Oehl u.a.: "Welt und Zahl", Ausgabe A: Fachbände Algebra, Schroedel Verlag.....	o	1	1
Oehl u.a.: "Welt und Zahl", Ausgabe B: Klassenbande, Schroedel Verlag.....	1	1	2
Winter/Ziegler u.a.: "Neue Mathematik", Schroedel Verlag.....	1	6	4
Breidenbach u.a.: "Mathematik", Westermann Verlag.....	9	6	2
Sonstige:	1	2	2

Bei den Algebra-Bänden des Gymnasiums ergab sich

Tabelle II.2: Algebra-Bände des Gymnasiums (Fachleiter-Befragung)

Buchtitel	Anzahl der Nennungen an erster Stelle	zweiter Stelle	dritter Stelle
Titze: "Algebra", Bayerischer Schulbuchverlag München.....	o	4	6
Degen: "Algebra", Blutenburg Verlag München..	o	o	o
Schröder/Uchtmann: "Einführung in die Mathematik", Mitelstufe, Bände "Algebra", Diesterweg-Verlag.....	2	5	9
Seebach/Federle: "Einführung in die Algebra", "Algebra Teil 2",Ehrenwirth Verlag,München....	o	o	o

Fortsetzung von Tab. II.2

Buchtitel	Anzahl der Nennungen an erster Stelle	zweiter Stelle	dritter Stelle
Lambacher/Schweitzer: "Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen", Algebra-Bände, Klett-Verlag.....	2o	5	3
Reidt/Wolff/Athen: "Elemente der Mathematik," Mittelstufe Band 1, Arithmetik und Algebra, Schöningh-Verlag.....	2	1	9
Kuypers u.a.: "Mathematikwerk für Gymnasien", Bände 4 und 5, Algebra 1 und 2, Schwann -Verlag.....	5	12	3
Sonstige:.....	o	1	o

Für die Analysis-Bände des Gymnasiums erhielt ich die folgenden Angaben:

Tabelle II.3: Analysis-Bände des Gymnasiums (Fachleiter-Befragung)

Buchtitel	Anzahl der Nennungen an erster Stelle	zweiter Stelle	dritter Stelle
Wörle u.a.: "Infinitesimalrechnung", Bayrischer Schulbuchverlag München.....	6	1o	5
Schröder/Uchtmann: "Einführung in die Mathematik", Oberstufe, Analysis, Diesterweg Verlag.....	o	2	5
Lambacher/Schweiter: "Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen", Analysis, Klett-Verlag.....	17	7	2
Reidt/Wolff/Athen: "Elemente der Mathematik", Oberstufe, Band 3: Arithmetik/Algebra und Analysis, Verlag F.Schöningh.....	2	3	2
Reidt/Wolff:"Die Elemente der Mathematik",Oberstufe,Band 3,Verlag F. Schöningh.....	o	o	o

Fortsetzung von Tab. II.3

Buchtitel	Anzahl der Nennungen an ersterer Stelle	zweiter Stelle	dritter Stelle
Griesel: "Analysis", Schroedel-Verlag.....	o	1	3
Kuypers u.a.: "Mathematikwerk für Gymnasien", Analysis, Schwann-Verlag.....	4	7	8
Sonstige:	o	o	o

Vergleicht man die Ergebnisse für die Analysis-Bände aus der Fachleiter-Befragung mit denen der Befragung der Studienanfänger des Wintersemesters 1971/72 durch den Fachbereich Mathematik der Universität Münster, so zeigen sich kaum Verschiebungen, die Bändes aus dem Bayerischen Schulbuchverlag, dem Klett-Verlag und dem Schroedel-Verlag sind weitverbreitet, nur die Bände aus dem Schwann- und Diesterweg-Verlag treten noch neben diese drei Analysis-Bände.

Tabelle II.4: In der Prima benutzte Mathematikbücher (nach einer Umfrage des Fachbereichs Mathematik der Universität Münster zu Beginn des Wintersemesters 1971/72 unter Mathematik-Studienanfängern)

"Haben Sie vorwiegend nach dem eingeführten Lehrbuch gearbeitet?" / "Welches Mathematikbuch haben Sie hauptsächlich in Unter-u. Oberprima benutzt?	ja	nein	nicht beantw.	Summen
Reidt/Wolff/Athen:"Elemente der Mathematik"	55 58% 28%	39 41% 28%	o	94 28,2%
Lambacher/Schweizer: "Analysis","Anal.Geom."	76 63% 38%	43 35% 31%	1	12o 36,o%
Wörle/Kratz/Keil:"Infinitesimalrechnung" o.a. Bücher des BSV	39 62% 19%	23 37% 17%	o	62 18,6%
Sonstige	22 52% 11%	2o 48% 15%	o	42 12,6%
kein Buch in Prima	o	8 1oo% 6%	o	8 2,4%
nicht beantwortet	4 57%	2 29% 1%	1 14%	7 2,1%
Summen	196 58%	135 4o,6%	2 o,6%	333

Anm.: Die erste Zahl (links oben) gibt jeweils die Zahl der Nennungen an, die rechts daneben stehende den Prozentanteil bezüglich der Frage, ob mit dem Lehrbuch gearbeitet wurde, die darunter stehende den Prozentanteil des Buches bezogen auf alle Bücher. So wurde (1. Feld liks oben in der Tabelle) das von Reidt/Wolff/Athen verfaßte Werk "Elemente der Mathematik" 55 mal in der Prima eingeführt und auch tatsächlich benutzt, das heißt, in 58% aller Fälle, in denen das Buch eingeführt war, wurde es auch benutzt, wobei es einen Prozentanteil von 28% an den tatsächlich benutzten Büchern hat.
Unter den "sonstigen Büchern" waren unter anderen: Griesel: "Analysis I und II", Schröder/Uchtmann: "Mathematik" und Köhler/Höwelmann/Krämer: "Analytische Geometrie".

Anhang III : Liste der analysierten Schulbücher -

Angabe der analysierten Abschnitte

Anhang III: Liste der analysierten Schulbücher - Angabe der analysierten Abschnitte

1. Bücher der Teilzeitberufsschulen

Die angeführten Bücher wurden jeweils vollständig analysiert, eine Angabe des analysierten Abschnittes erübrigt sich also.

1.1 Fachrechnen Elektrotechnik:

Nr. oo: HEINRICH, D.-KRATZKE,O.-OBERMANN,M.: Fachrechnen für Elektriker, Porz a.Rh. (Stam) 2. Aufl. 1973.

Nr. o1: SCHMIDT, Fridiger,: Volt - Ohm - Ampére - Aufgabensammlung für das Fachrechnen der Elektroberufe
Braunschweig (Westermann), 7. Aufl. 1971
(dazu liegt mir ein Heft vor "Ergebnisse zu den Aufgaben des Buches")

Nr. o2: SENNER, Adolf (Lektorat) : Rechenbuch Elektrotechnik, Wuppertal (Europa-Lehrmittel), 3. Aufl., Copyright von 1968

1.2 Fachrechnen Metall:

Nr. o3: KINDLER, Hans - KYNAST, Helmut : Technisches Rechnen Metall
Hannover (Gebr. Jännecke), 1972

Nr. o4: MEYER, W. : Meter- Kilopond - Sekunde - Fachrechnen für Metallberufe
Köln (Stamm) 197o

Nr. o5: MEYER, W. : Fachrechnen für Metallberufe,
Köln (Stam) , 6. Aufl. 1971

1.3 Kaufmännisches Rechnen:

Nr. o6: MAY - PIEPENSTOCK : Kaufmännisches Rechnen,
Wolfenbüttel (Heckners), Teil 1: 28. Aufl. 1972
Teil 2: 27. Aufl. 1973

Nr. o7: KRUSE - HEUN : Rechne kaufmännisch!
Darmstadt (Winklers), Teil 1: 1o4. Aufl. 1973
Teil 2: 87. Aufl. 1973

Nr. o8: KRUSE - HEUN : Wirtschaftsarithmetik und Algebra für Grundstufe
Darmstadt (Winklers), 1972

2. Algebra-Bücher:

Nr. 23: ALBRECHT,H. - HALTER,R. : Von der Menge zur Exponetial-
gleichung. Hamburg (Handwerk und Technik). 3. Aufl. o.J.
analysiert: S. 58-85, 91-124, 136-158

Nr. 11: BREIDENBACH,W. (Hrsg.) : Mathematik für Realschulen und
Gymnasien und für Sekundarstufen. Braunschweig(Westermann)
7.Schuljahr - 1971, analysiert: S. 7-28, 53-74, 146-179
8.Schuljahr - 1972, analysiert: S. 7-28, 51-76,131-145,169-178
9.Schuljahr - 1973, analysiert: S. 7-3o

Nr. 34: KUSCH,L.: Mathematik für Schule und Berufe - Teil 1 Arithmetik.
Essen (Girardet) ^{1o}1973,
analysiert: S. 6o-128, 174-274, 293-3o3

Nr. 35: KUSCH,L.: Mathematik auf der Grundlage der Mengenlehre -
Algebra. Essen (Girardet) 1971
analysiert: S. 68-367

Nr. 43: KUYPERS,W. (Hrsg.): Mathematikwerk für Gymnasien.
Düsseldorf(Schwann). Band 4 - Algebra 1 - ^{6}1972,
analysiert: S. 26-152, 157-229
Band 6 - Algebra 2 - ^{2}197o, analysiert: S. 9-58,75-91

Nr. 53: LAMBACHER-SCHWEIZER, W. (Hrsg.): Algebra 1. Stuttgart(Klett) ^{3}1971,
analysiert: S. 29-38, 73-169

Nr. 12: LIPPOLD,.-SCHÖPKE,W.: Algebra für Handelsschulen.
Bad Homburg v.d.H. (Gehlen) ^{21}1972
analysiert: S. 41-146

Nr. 13: MÄNNEL,R.-KOHLER,M.: Algebra für Wirtschaftsschulen.
Bad Homburg v.d.H. (Gehlen) ^{4}1973
analysiert: S. 67-131, 14o-199

Nr. 14: MÖSENTHIN,W.: Algebra - leicht verständlich.
Rinteln (Merkur) ^{38}1973,
analysiert: S. 9-1o4

Nr. 15: MÖSENTHIN,W.: Algebra für Wirtschaftsschulen
Rinteln (Merkur) ^{5}1972,
analysiert: S. 9-1o, 31-141

Nr. 16: OEHL,W.-EVERS,J.-KASTROP,W.: Welt und Zahl
Hannover (Schroedel), Neubearbeitung 1965, Ausgabe B
Teil 2 - 6. Schuljahr - ^{6}1971, analysiert: S. 17-128
Teil 3 - 7. Schuljahr - ^{7}1972, analysiert: S. 7-113, 124-159
Teil 4 - 8. Schuljahr - ^{8}1972, analysiert: S. 9-79, 94-158

Nr. 63: REIDT-WOLFF,G.-ATHEN,H.: Arithmetik und Algebra.
Hannover (Schroedel) ^{9}1972, analysiert: S. 64-164

Nr. 73: SCHRÖDER,H.-UCHTMANN,H.: Einführung in die Mathematik,
Ausgabe B. Frankfurt (Diesterweg)
Algebra 1 - ^{2}1972, analysiert: S. 51-232
Algebra 2 - ^{3}1972, analysiert: S. 1-35
Anmerkung: Der Band "Algebra 1" wird sowohl an Gymnasien wie an Realschulen verwendet. Für die Realschulen wird dann als Folgeband ein Buch mit dem Titel "Algebra und Geometrie 2" angeboten. Der für die Analyse interessierende Abschnitt 1 dieses Bandes ist ein wörtlicher Abdruck aus dem analysierten Band "Algebra 2" sodaß sich eine getrennte Analyse des Realschulbuches erübrigte. Die Untersuchungsergebnisse wurden dann jeweils sowohl bei den Gymnasial- wie Realschulbüchern berücksichtigt.

Nr. 83: TITZE,H.-WALTER,H.-FEUERLEIN,R.: Algebra 1.
München (Bayerischer Schulbuchverlag) ^{2}1972,
analysiert: S. 7-16, 27-162
TITZE,H.: Algebra 2. Teil,München (BSV) ^{9}1972,analysiert:S. 3-27

Nr. 17: WINTER,H.-ZIEGLER,T.: Neue Mathematik. Hannover (Schroedel)
Band 7. Schuljahr - 1971, analysiert: S. 7-58, 86-139, 194-213
Band 8. Schuljahr - 1972, analysiert: S. 7-1o7
Band 9. Schuljahr - 1973, analysiert: S. 7-46
Anmerkung: Die Bände für das 9. Schuljahr der Werke Nr. 11 und Nr. 17 lagen erst während des Schuljahres 1972/73 vor. Um jedoch einen vollständigen Lehrgang untersuchen zu können, wurden die dann erscheinenden Folgebände in die Analyse einbezogen.

3. Analysis-Bücher:

Nr. 26: GÖSSWEIN,A.-VOGL,K.: Funktionen im Reellen.
Hamburg (Handwerk und Technik) 2. Aufl. o.J.
analysiert: S. 4o-14o, 163-3o8

Nr. 36: KUSCH,L.-ROSENTHAL,H.-J.: Mathematik für Schule und Beruf,
Teil 3: Differentialrechnung. Essen (Girardet) ^{4}1973,
analysiert: S. 9-64, 84-121, 152-169, 173-236

Nr. 46: KUYPERS,W.: Mathematikwerk für Gymnasien, Oberstufe,
Band Analysis I. Düsseldorf (Schwann) ^{3}1972,
analysiert: S. 28-116, 123-244

Nr. 58: LAMBACHER-SCHWEIZER,W. (Hrsg.): Analysis.
Stuttgart (Klett) ^{3}1972,
analysiert: 1-119, 132-166

Nr. 59: LAMBACHER-SCHWEIZER,W. (Hrsg.): Analysis - Kurzausgabe.
Stuttgart (Klett) ^{2}1972,
analysiert: 1-99, 113-138

Nr. 68: REIDT-WOLFF,G.-ATHEN,H.: Elemente der Mathematik, Band 3
(Oberstufe),Arithmetik,Algebra,Analysis.
Hannover (Schroedel) ^{7}1971, analysiert: 13-45,127-213,241-246

Nr. 69: REIDT-WOLFF,G.-ATHEN,H.: Elemente der Mathematik, Kurzausgabe

(Oberstufe), 1. Teilband. Hannover (Schroedel) ^{2}1972,
analysiert: S. 18-34, 42-131, 15o-166

Nr. 76: SCHRÖDER,H.-UCHTMANN,H.: Einführung in die Mathematik, Analysis.
Frankfurt (Diesterweg) 1972,
analysiert: S. 1-79, 85-126, 138-275

Nr. 88: WÖRLE,.-KRATZ,J.-KEIL,K.-A.: Infinitesimalrechnung.
München (Bayerischer Schulbuchverlag) ^{8}1972,
analysiert: 9-71, 74-82, 84-15o, 193-2o7, 23o-256

Nr. 89: KEIL,K.-A.-KRATZ,J.-WÖRLE,K.: Infinitesimalrechnung.
München (BSV) ^{6}1972,
analysiert: 9-54, 57-65, 67-124, 162-173

Anmerkung: Die Werke Nr. 59, 69 und 89 sind jeweils Kurzausgabe zu den Werken 58, 68 und 88. Neben den Büchern Nr. 26 und 36 werden die Kurzausgaben Nr. 59 und 69 auch an Fachoberschulen gebraucht. Die Analyseergebnisse wurden bei den letztgenannten Werken wiederrum zweimal, nämlich beim Gymnasium und den Berufsschulen berücksichtigt.

Anhang IV : Tabellen - Belege

Anhang IV : Tabellen

Tab. A1:

Quantitative Analyse der TZBS-Bücher

Buch Nr.	Kurztitel	Sit.	Math.	Aufg.
oo	Heinrich ua.: FR.f. Elektrik.	28,8	1o,4	6o,7
o1	Schmidt - Volt/Ohm/Amp.	39,4	2,o	57,3
o2	Rechenbuch E-Technik	41,o	5,9	53,2
o3	Kindler-Kyn.: Techn.R.Metall	49,5	17,6	33,2
o4	Meyer : Fachr.f.Metallber.	18,2	5,2	76,3
o5	Meyer ua. : Meter	3o,7	1o,8	58,9
o6	May-Piepenst.: Kaufm. Rechnen			
	1. Teil	32,5	12,6	58,8
	2. Teil	59,o	o,o	41,o
	Gesamt	46,5	5,8	47,5
o7	Kruse-Heun: Rechne kaufm....			
	1. Teil	23,3	6,1	71,1
	2. Teil	36,2	1,6	62,1
	Gesamt	3o,2	3,7	66,2
o8	Kruse-Heun: Wirtschaftsar....	16,8	38,o	45,4
	Durchschnitt	33,5	11,o	55,4

Anmerkung: Beim Buch Nr. o1, Schmidt: Volt-Ohm-Ampére, waren 1,3% des Textes "sonstigen" Überlegungen gewidmet, nämlich Überlegungen zum Lösen von Aufgaben.

Alle Angaben sind Prozentwerte, bezogen auf den Umfang des jeweiligen Buches.

Tab. A2:

Textsorten - Anteile in den Algebra - u. Analysis-Bänden (Prozente)

	Nr.	Kurztitel	Sit	Math.	Aufg.	So
Algebra	23	Albrecht-Halter: V.d.Menge...	1,2	58,o	38,7	1,2
	34	Kusch: Mathematik-Algebra	17,8	5o,o	32,1	-
	35	Kusch: Math.ad. Grundlage ...	9,5	59,4	31,4	-
	12	Lippold-Schöpke: Algebra ...	7,8	31,8	61,o	-
	13	Männel-Kohler: Algebra...	14,7	43,5	42,o	-
	14	Mösenthin: Algebra-leicht...	8,o	27,o	65,o	-
	15	Mösenthin: Algebra f. Wirtsch.	5,o	4o,o	55,o	-
	11	Breidenbach:Mathematik	17,2	41,1	4o,8	-
	16	Oehl ua.: Welt u. Zahl	16,5	29,9	53,6	-
	17	Winter-Ziegler: Neue Math.	15,8	33,7	5o,5	-
	43	Kuypers: Mathematikwerk-Algebra	5,5	61,o	33,5	-
	53	Lambacher-Schw.: Algebra 1	6,2	33,o	66,o	-
	63	Reidt ua.: Elemente d. Math.,Bd 1	6,5	38,o	53,o	2,5
	73	Schröder-U.: Math.-Algebra	11,o	45,7	43,3	-
	83	Titze ua.: Algebra	3,9	55,3	4o,o	o,7
Analysis	26	Gößwein-Vogl: Funkt.im.Reellen	4,6	72,5	22,7	-
	36	Kusch ua.: Math.-Analysis	13,1	71,o	15,7	-
	46	Kuypers: Analysis I	5,3	71,6	23.1	-
	58	Lambacher-Schw.: Analysis	6,o	53,5	38,7	o,7
	59	Lamb.-Schw.: Anal.-Kurzausg.	7,o	59,o	33,4	o,6
	68	Reidt ua.: El.d.Math.-Analysis	1o,2	53,3	36,2	o,4
	69	Reidt ua.: wie 68, Kurzausg.	7,1	61,o	3o,5	1,2
	76	Schröder-U.: Math.-Analysis	3,7	65,8	3o,5	-
	88	Wörle ua.: Infinitesimalr.	6,8	61,o	32,o	o,9
	89	Keil ua.: Infinit.-Kurzausg.	5,3	62,2	31,1	1,2
		Durchschnitt	8,628o	51,132	39,792	o,3760

Tab. A3

Rangordnung der Algebra- und Analysis-Bände bezüglich der Textsorten

Rang-Platz	Situation	Mathematik	Aufgaben
1	34	26	14
2	11	46	12
3	16	36	53
4	17	76	15
5	13	89	16
6	36	69	63
7	73	43	17
8	68	88	73
9	35	35	13
1o	14	59	11
11	12	23	83
12	69	83	23
13	59	58	58
14	88	68	68
15	63	34	43
16	53	73	59
17	58	13	34
18	43	11	88
19	89	15	35
2o	46	63	89
21	15	17	76
22	26	53	69
23	83	12	46

Fortsetzung Tabelle A3:

Rang Platz	Situation	Mathematik	Aufgaben
24	76	16	26
25	23	14	36

Tab. A4:

Bereiche, aus denen die Situationen stammen

Nr.	Kurztitel	Wissen-schaften	Wirt-schaft	Techno-logie	Sonstig	Σ
23	Albrecht-Halter:V.d.Menge	-	-	-	2	2
34	Kusch:Mathematik-Algebra	5	12	25	23	65
35	Kusch: Math.ad.Grundlage...	5	1o	15	2o	5o
12	Lippold-Schöpke:Algebra...	-	13	1	7	21
13	Männel-Kohler: Algebra...	-	23	-	7	3o
14	Mösenthin: Algebra-leicht...	-	7	-	5	12
15	Mösenthin: Algebra f. Wirtsch.	1	6	-	6	13
11	Breidenbach: Mathmatik	-	36	1	29	66
16	Oehl ua.: Welt u. Zahl	-	47	1	28	76
17	Winter-Ziegler: Neue Math.	4	2o	-	18	42
43	Kuypers: Mathematikwerk-Algebra	13	7	-	22	42
53	Lambacher-Schw.: Algebra 1	1	3	3	9	16
63	Reidt ua.: Elemente d.Math.,Bd 1	3	2	-	13	18
73	Schröder-U.:Math.-Algebra	1	4	1	18	24
83	Titze ua.: Algebra	2	2	-	6	1o
26	Gößwein-Vogl: Funkt.i.Reellen	2o	4	1	1	26
36	Kusch ua.:Math.-Analysis	3	2	22	1	28
46	Kuypers: Analysis 1	6	7	2	1	16
58	Lambacher-Schw.: Analysis	6	4	1	4	15
59	Lamb.-Schw.: Anal.-Kurzausg.	6	2	1	3	12
68	Reidt ua.: El.d.Math.-Analysis	2	4	3	1	1o
69	Reidt ua.: wie 68, Kurzausg.	1	2	1	1	5
76	Schröder-U.:Math.-Analysis	4	1	1	-	6
88	Wörle ua.: Infinitesimalr.	1o	4	1	2	17
89	Keil ua.: Infinit.-Kurzausg.	8	1	1	1	11

Anmerkung: Die Zahlen in dieser Tabelle sind absolute Zahlen, also etwa:

In Buch Nr. 11 fand sich eine Situation aus dem Bereich "Technologie".

Tab. A5:

Das Vorkommen der die mathematische Theorie tragenden Begriffe - Algebra-Bände

Nr.	Kurztitel	Begriffe: Gruppe Ring Körper	Auss	Term	Grundm. Lösungsm.	Relation	Fktion
23	Albrech-Halter: V.d.Menge	o	1	3	2	1	1
34	Kusch: Mathmatik-Algebra	o	1	o	o	o	4
35	Kusch:Math.a.d.Grundlage	$^{3}3_{3}$	1	1	2	1	2
12	Lippold-Schöpke:Algebra	o	o	o	o	o	o
13	Männel-Kohler:Algebra	$^{3}3_{2}$	1	4	3	1	1
14	Mösenthin:Algebra leicht..	o	o	o	o	o	o
15	Mösenthin:Algebra f.Wirtsh.	o	1	2	2	1	1
11	Breidenbach:Mathematik	$^{2}2_{3}$	1	2	2	1	1
16	Oehl ua.:Welt u.Zahl	o	2	o	o	o	4
17	Winter-Ziegler:Neue Math.	$^{2}o_{2}$	o	1	2	1	1
43	Kuypers: Mathematikwerk-Algebra	$^{1}1_{1}$	1	2	2	1	1
53	Lambacher-Schw.:Algebra 1	$^{2}2_{2}$	4	2	2	1	1
63	Reidt ua.:Elemente d. Math.,Bd.1	$^{2}2_{2}$	4	2	2	4	1
73	Schröder/U:Algebra	$^{5}o_{5}$	2	3	1	1	1
83	Titze ua.: Algebra	$^{2}2_{2}$	4	4	2	2	2

Zeichenerklärung:

o = kommt nicht vor

1 = abgeleitet an Beispielen, darunter nicht-mathematische

2 = abgeleitet an mathematischen Beispielen

3 = definitorisch - ohne Beispiele - eingeführt

4 = "nebenher" - nicht in Form einer Definition - eingeführt

5 = nach dem von mir analysierten Teil eingeführt

Tab. A6

Beispiele und Sätze in den Algebra-Bänden

Nr.	Kurztitel	Beispiele hinführend	Beispiele illustrative	Sätze ohne Bew.	Sätze mit Bew.hinweis	Sätze mit Bew.
23	Albrecht-Halter:V.d.Menge..	33,o	67,o	1oo,o	-	-
34	Kusch:Mathematik-Algebra	25,5	74,5	9o,3	-	9,8
35	Kusch:Math.a.d.Grundlage...	26,o	74,o	92,7	-	7,2
12	Lippold-Schöpke:Algebra....	48,3	51,7	9o,o	-	1o,o
13	Männel-Kohler:Algebra....	32,9	67,1	96,4	3,7	-
14	Mösenthin:Algebra leicht...	57,3	42,7	81,5	-	18,5
15	Mösenthin:Algebra f.Wirtsh.	54,o	46,o	67,7	2o,6	11,8
11	Breidenbach:Mathematik	57,o	43,o	62,3	2o,8	17,o
16	Oehl ua.:Welt und Zahl	41,o	59,o	97,8	-	2,2
17	Winter-Ziegler:Neue Math.	82,7	17,2	9o,8	-	9,2
43	Kuypers:Mathematikwerk-Algebra	39,7	6o,3	44,5	15,2	4o,3
53	Lambacher-Schw.:Algebra 1	41,4	58,6	76,5	14,7	8,8
63	Reidt ua.:Elemente d.Math., Bd.1	38,2	61,8	65,5	24,2	1o,3
73	Schröder-U.:Math.-Algebra	33,2	66,8	33,3	38,1	28,6
83	Titze ua.:Algebra	31,o	69,o	52,o	15,1	32,9
	Durchschnitt	42,7	57,3	76,1	1o,2	13,8

Anmerkung: Die Angaben sind jeweils Prozentsätze, bezogen auf die Anzahl der im untersuchten Teil angeführten Beispiele bzw. Sätze.

Tab. A7:

Das Vorkommen der die mathematische Theorie tragenden Begriffe -

Analysis-Bände

Nr.	Kurztitel	Axiome von IR	Voll-ständigk.	Axioma-tik
26	Gößwein-Vogl:Funkt.i.Reelen	2	2	1
36	Kusch ua.:Math.-Analysis	o	o	o
46	Kuypers:Analysis I	3	2	1
58	Lambacher-Schw.:Analysis	3	3	o
59	Lamb.-Schw.:Anal.-Kurzausg.	3	3	o
68	Reidt ua.: El.d.Math.-Analysis	2	2	3
69	Reidt ua.: wie 68, Kurzausg.	1	o	o
76	Schröder-U.:Math.-Analysis	2	1	1
88	Wörle ua.: Infinitesimalr.	2	1	2
89	Keil ua: Infinit.-Kurzausg.	2	1	2

Erklärung:

-zu: Axiome von IR:

o = kommen nicht vor

1 = IR als Körper ohne Vollständigkeit und Anordnung behandelt

2 = IR als vollst. angeordneter Körper behandelt.

3 = IR als vollst. angeordn. Körper schon vorher behandelt

-zu: Vollständigkeit

o = wird nicht erläutert

1 = Vollständigkeit mittels "kleinste obere Schranke" definiert

2 = Vollständigkeit mittels Archimedes-Axiom und Intervallschachtelung definiert

3 = Intervallschachtelungsaxiom ohne Archimedes-Axiom

-zu: Axiomatik selbst thematisiert

o = unthematisiert

1 = im Kontext der Axiomatik von $\mathbb{R}$ thematisiert

2 = thematisiert im Anhang

3 = auch Axiomatik von $\mathbb{R}$ im Anhang

Tab. A8:

Beispiele und Sätze in den Analysis-Bänden

		Beispiele		Sätze		
Nr.	Kurztitel	Hinführend	illustrative	ohne Bew.	mit Bew.-hinweis	mit Beweis
26	Gößwein-Vogl:Funkt.i. Reellen	26,6	73,4	42,3	27,4	3o,3
36	Kusch ua.:Math.-Analysis	38,1	61,9	8o,5	-	19,5
46	Kuypers:Analysis I	32,8	67,2	13,1	16,2	7o,8
58	Lambacher-Schw.:Analysis	55,4	44,5	23,6	4o,o	36,4
59	Lamb.-Schw.:Anal.-Kurzausg.	53,o	47,o	28,2	34,8	37,o
68	Reidt ua.:El.d.Math.-Analysis	25,4	74,6	37,5	16,1	46,5
69	Reidt ua.: wie 68, Kurzausg.	28,6	71,4	78,8	1,3	2o,o
76	Schröder-U.:Math-Analysis	11,6	88,5	7,3	4,2	88,5
88	Wörle ua.:Infinitesimalr.	1o,6	89,4	2o,8	2,8	76,5
89	Keil ua.:Infinit.-Kurzausg.	11,6	88,4	21,2	3,8	75,o
	Durchschnitt	29,4	7o,6	35,3	14,7	5o,1

Anmerkung: Die Angaben sind jeweils Prozentsätze, bezogen auf die Anzahl der im untersuchten Teil angeführten Beispiele bzw. Sätze.

Tab. A9:

Verteilung der Aufgaben auf die drei Grundtypen (in Prozenten)

Nr.	Kurztitel	Typ 1	Typ 2	Typ 3	Sonst
23	Albrecht-Halter:.V.d.Menge....	82,5	1,5	16,o	-
34	Kusch: Mathematik-Algebra	52,4	3,6	43,8	-
35	Kusch:Math.a.d.Grundlage.....	64,3	6,4	29,4	-
12	Lippold-Schöpke:Algebra.....	68,4	o,o	31,6	-
13	Männel-Kohler:Algebra.....	55,8	1,o	43,3	-
14	Mösenthin: Algebra-leicht.....	44,o	o,o	56,o	-
15	Mösenthin:Algebra f. Wirtsch.	55,5	o,o	44,5	-
11	Breidenbach:Mathematik	54,1	1,4	44,6	1o,o
16	Oehl ua.: Welt u. Zahl	48,9	o,o	51,1	-
17	Winter-Ziegler:Neue Math.	56,8	5,4	37,8	-
43	Kuypers:Mathematikwerk-Algebra	77,7	8,1	14,o	-
53	Lambacher-Schw.: Algebra 1	54,5	4,3	41,2	2,o
63	Reidt ua.:Elemente d.Math.,Bd.1	5o,2	3,3	46,5	-
73	Schröder-U.:Math.-Algebra	74,7	1,1	24,2	1,25
83	Titze ua.:Algebra	77,o	3,3	19,7	-
26	Gößwein-Vogl:Funkt.i.Reellen	82,5	6,3	11,3	-
36	Kusch ua.:Math.-Analysis	66,6	7,4	25,9	-
46	Kuypers:Analysis 1	54,1	18,9	27,1	-
58	Lambacher-Schw.:Analysis	43,9	15,3	4o,9	-
59	Lamb.-Schw.:Anal.-Kurzausg.	53,6	13,1	33,4	-
68	Reidt ua.:El.d.Math.-Analysis	41,2	6,o	52,8	-
69	Reidt ua.:wie 68,Kurzausg.	57,1	7,5	35,4	-
76	Schröder-U.:Math.-Analysis	53,8	31,o	15,2	-
88	Wörle ua.:Infinitesimalr.	67,5	11,4	21,o	-
89	Keil ua.:Infinit.-Kurzausg.	66,7	7,2	26,1	o,5
	Mittelweit	6o,2	6,5	33,3	

Tab. A 1o

Verteilung der Aufgaben im Typ 2

Nr.	Kurztitel	%-Sätze Untertypen 1	2	3	Anzahl Aufg. Typ 2	%-Satz Aufg. Typ 2
23	Albrecht-Halter:V.d.Menge....	8o	2o	-	5	1,5
34	Kusch:Mathematik-Algebra.....	1oo	-	-	54	3,6
35	Kusch:Math.a.d.Grundlage.....	1oo	-	-	168	6,4
12	Lippold-Schöpke:Algebra.....	-	-	-	-	-
13	Männel-Kohler:Algebra.....	-	-	1oo	3	1,o
14	Mösenthin:Algebra-leicht.....	-	-	-	-	-
15	Mösenthin:Algebra f.Witsch.	-	-	-	-	-
11	Breidenbach:Mathematik	5o	5o	-	4	1,4
16	Oehl ua.:Welt und Zahl	-	-	-	-	-
17	Winter-Ziegler:Neue Math.	16,7	43,4	4o	3o	5,4
43	Kuypers:Mathematikwerk-Algebra	15,8	29,4	54,8	95	8,1
53	Lambacher-Schw.:Algebra 1	11,1	5o	38,9	18	4,3
63	Reidt ua.:Elemente d.Math., Bd.1	57,o	38,6	14,6	21	3,3
73	Schröder-U.:Math.-Algebra	25,o	-	75,o	8	1,1
83	Titze ua.:Algebra	5,3	73,7	21,1	19	3,3
26	Gößwein-Vogl:Funkt.i.Reellen	9,1	29,5	61,3	44	6,3
36	Kusch ua.:Math.-Analysis	1oo	-	-	52	7,4
46	Kuypers:Analysis 1	1,6	14,5	89,9	124	18,4
58	Lambacher-Schw.:Analysis	-	13,9	86,1	1o2	15,3
59	Lamb.-Schw.:Anal.Kurzausg.	-	13,7	86,3	66	13,1
68	Reidt ua.:El.d.Math.-Analysis	5o	15,2	34,8	46	6,o
69	Reidt ua.:wie 68,Kurzausg.	57,2	18,3	24,5	49	7,5
76	Schröder-U.:Math.-Analysis	1,7	1o,6	87,7	179	31,o
88	Wörle ua.:Infinitesimalr.	-	21,8	78,2	55	11,4
89	Keil ua.: Infinit.-Kurzausg.	-	28,6	71,4	35	7,2
1	2	3	4	5	6	7

Tab. A 11:

Bereichsanteile (Prozente) bei den "eingekleideten" Aufgaben

Nr.	Kurztitel	Kategorie Nr. 1.	2,	3,	4.	5.	6.	7.	Gesamtzahl (absolut)
23	Albrecht-Halter: V.d.Menge...	27,o	-	15,9	3,2	11,1	23,8	19,1	63
34	Kusch:Mathematik-Algebra	18,7	2,7	11,7	38,5	11,4	7,o	1o,o	299
35	Kusch:Math.a.d. Grundlage...	23,4	3,1	5,9	38,9	1o,9	7,2	1o,6	321
12	Lippold-Schöpke: Algebra...	17,4	-	38,8	-	2o,4	4,o	19,4	299
13	Männel-Kohler: Algebra.....	6,4	-	41,9	-	24,6	3,9	23,1	2o3
14	Mösenthin: Algebra-leicht...	18,5	-	47,4	-	24,6	-	9,5	232
15	Mösenthin:Algebra f.Wirtsch.	14,8	o,7	26,8	-	46,4	2,4	9,9	291
11	Breidenbach: Mathematik	29,1	-	21,1	-	o,8	6,8	42,2	237
16	Oehl ua: Welt u.Zahl	14,8	o,3	8,5	o,3	1o,3	6,4	59,5	755
17	Winter-Ziegler: Neue Math.	3o,o	2,5	13,9	o,2	5,5	4,o	43,9	4o3
43	Kuypers:Mathematikwerk-Algebra	42,4	1o,6	13,5	2,o	14,1	4,o	23,3	198
53	Lambacher-Schw.: Algebra 1	3o,7	3,1	19,5	2,3	15,3	1o,7	18,4	261
63	Reidt ua.:El.d. Math.,Bd.1	22,6	1o,6	15,8	5,4	18,4	11,3	15,7	292
73	Schröder-U.: Math.-Algebra	45,6	o,6	13,o	2,4	9,5	5,9	23,1	169
83	Titze ua.: Algebra	59,6	1,6	-	4,1	5,2	2,6	26,4	193

Fortsetzung von Tab. A 11 :

Nr.	Kurztitel	Kategorie Nr. 1.	2,	3,	4,	5.	6.	7.	Gesamtzahl (absolut)
26	Gößwein-Vogl: Funkt.i.Reellen	42,6	6,2	6,2	16,3	-	18,4	1o,2	49
36	Kusch ua.: Math.-Analysis	52,2	7,8	-	16,7	-	1o,o	13,3	9o
46	Kuypers: Analysis I	44,9	12,3	25,4	5,8	-	5,8	5,8	138
58	Lambacher-Schw.: Analysis	65,6	3,4	7,9	1,5	-	12,7	8,6	267
59	Lamb.-Schw.: Anal.-Kurzausg.	74,o	2,3	9,o	o,6	-	9,6	4,5	177
68	Reidt ua.: El. d.Math.-Analysis	51,7	4,o	17,4	3,4	-	13,1	1o,8	298
69	Reidt ua.: wie 68, Kurzausg.	57,5	4,6	1o,3	o,6	-	18,4	8,6	174
76	Schröder-U.: Math.-Analysis	6o,o	1,3	15,o	2,5	-	8,8	12,6	8o
88	Wörle ua.: Infinitesimalr.	68,9	2,3	9,8	2,3	-	6,8	9,8	132
89	Keil ua.: Infinit.-Kurzausg.	86,1	2,8	-	4,2	-	5,6	1,4	72

Erklärung: Kategorie Nr. 1. Mathematik/Strukturwissenschaften

2. Andere Wissenschaften

3. Ökonomischer Bereich

4. Technologie

5. Röhren-,Brunnen-, Mischungs-, Verteilungsaufgaben

6. Bewegungsaufgaben

7. Sonstige Aufgaben

Antwortformular Algebra-Bände der Realschule

Bezirksseminar: .....

Welche drei Bücher werden nach Ihrem Eindruck in den Schulen im Bereich Ihres Bezirksseminars am häufigsten im Schuljahr 1972/73 verwendet, um den Stoff der einfachen Algebra zu vermitteln (die algebraische - am Buchstabenrechnen orientierte - Behandlung der Gesetze der vier Grundrechnungsarten und ihre Verknüpfung miteinander - Klammerregeln - einschließlich der Gleichungslehre bis zu Gleichungssystemen mit mehreren Unbekannten) ?

Tragen Sie bitte in den Kasten für das häufigste Buch eine "1", für das zweithäufigste eine "2" und für das dritthäufigste eine "3" ein.

Sollte ich nicht die in Ihrem Bezirk verwendeten Bücher aufgeführt haben, so tragen Sie bitte diese mit Angabe des "Häufigkeitsranges" unter "1o. Sonstige" ein.

1. Unger/Traeger: "Mathematisches Arbeitsbuch für Realschulen", entsprechender Band, Diesterweg-Verlag .....

2. Schröder/Uchtmann: "Einführung in die Mathematik", entsprechender Band, Diesterweg-Verlag .....

3. Kusch/Aits: "Mathematik", entsprechender Band, Girardet-Verlag, Essen .....

4. Andelfinger u.a.: "Mathematik", entsprechender Band, Herder Verlag Freiburg .....

5. Gladen: "Mathematisches Unterrichtswerk für Real- und Mittelschulen, Algebra-Bände, Verlag F.Schöningh .....

6. Oehl u.a.: "Welt und Zahl", Ausgabe A: Fachbände Algebra, Schroedel Verlag (Bitte nicht mit 7. verwechseln!).....

7. Oehl u.a.: "Welt und Zahl", Ausgabe B: Klassenbände, entsprechende Bände, Schroedel Verlag (Bitte nicht mit 6. verwechseln !) .....

8. Winter/Ziegler u.a.: "Neue Mathematik", entsprechende Bände, Schroedel Verlag .....

9. Breidenbach u.a.: "Mathematik", entsprechende Bände, Westermann Verlag .....

1o. Sonstige: (Bitte angeben und einordnen!)

(1) .....

.....

(2) .....

.....

Raum für Bemerkungen:

Antwortformular Algebra-Bände des Gymnasiums

Bezirksseminar: .....

Welche drei Bücher werden nach Ihrem Eindruck in den Schulen im Bereich Ihres Bezirksseminars am häufigsten im Schuljahr 1972/73 verwendet, um den Stoff der einfachen Algebra zu vermitteln (die algebraische - am Buchstabenrechnen orientierte - Behandlung der Gesetze der vier Grundrechnungsarten und ihre Verknüpfung miteinander - Klammerregeln - einschließlich der Gleichungslehre bis zu Gleichungssystemen mit mehreren Unbekannten) ?

Tragen Sie bitte in den Kasten für das häufigste Buch eine "1", für das zweithäufigste eine "2" und für das dritthäufigste eine "3" ein.

Sollte ich nicht die in Ihrem Bezirk verwendeten Bücher aufgeführt haben, so tragen Sie bitte diese mit Angabe des "Häufigkeitsranges" unter "8. Sonstige" ein.

1. Titze: "Algebra", Bayerischer Schulbuchverlag München .....

2. Degen: "Algebra", Blutenburg Verlag München .....

3. Schröder/Uchtmann: "Einführung in die Mathematik", Mittelstufe, Bände "Algebra", Diesterweg-Verlag .....

4. Seebach/Federle: "Einführung in die Algebra", "Algebra Teil 2", EhrenwirthVerlag, München .....

5. Barbacher/Schweitzer: "Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen", Algebra-Bände, Klett-Verl.....

6. Reidt/Wolff/Athen: "Elemente der Mathematik", Mittelstufe Band 1, Arithmetik und Algebra, Schöningh-Verl.....

7. Luypers u.a.: "Mathematikwerk für Gymnasien", Bände 4 und 5, Algebra 1 und 2, Schwann-Verlag .....

8. Sonstige: (Bitte angeben und einordnen!)

(1) .....

.....

(2) .....

.....

Raum für Bemerkungen:

Bestem Dank für Ihre Mühe !

Antwortformular Analysis-Bände des Gymnasiums IG

Bezirksseminar: .....

Welche drei Bücher werden nach Ihrem Eindruck in den Schulen im Bereich Ihres Bezirksseminars am häufigsten im Schuljahr 1972/73 verwendet, um den Stoff der Analysis (Folgen, Grenzwert, Differentiation, Integration und evtl. deren Anwendung) zu vermitteln ?

Tragen Sie bitte in den Kasten für das häufigste Buch eine "1", für das zweithäufigste eine "2" und für das dritthäufigste eine "3" ein.

Sollte ich nicht die in Ihrem Bezirk verwendeten Bücher aufgeführt haben, so tragen Sie bitte diese, mit Angabe des "Häufigkeitsranges", unter "8. Sonstige" ein.

1. Wörle u.a.: "Infinitesimalrechnung", Bayerischer Schulbuchverlag München .....

2. Schröder/Uchtmann: "Einführung in die Mathematik", Oberstufe, Analysis, Diesterweg-Verlag .....

3. Lambacher/Schweitzer: "Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen", Analysis, Klett-Verlag .....

4. Reidt/Wolff/Atner: "Elemente der Mathematik", Oberstufe, Band 3: Arithmetik/Algebra und Analysis, Verlag F. Schöningh (Bitte nicht mit 5. verwechseln!).....

5. Reidt/Wolff: "Die Elemente der Mathematik", Oberstufe, Band 3, Verlag F. Schöningh (Bitte nicht mit 4. verwechseln !) .....

6. Griesel: "Analysis", Schroedel-Verlag .....

7. Kuypers u.a.: "Mathematikwerk für Gymnasien", Analysis, Schwann-Verlag .....

8. Sonstige: (Bitte angeben und einordnen !)

(1) .....
.....

(2) .....
.....

Raum für Bemerkungen:

Besten Dank für Ihre Mühe !

Anhang V : Literaturverzeichnis

Literaturverzeichnis:

Achtenhagen, Frank: Didaktik des fremdsprachlichen Unterrichts, Weinheim (Beltz) 1969, 2. überarb. Aufl. 1971

Achtenhagen, Frank: Berufsausbildung, (Stichwort im "Handbuch Pädagogischer Grundbegriff; Speck, J. und Wehle, G. (Hrsg.), München (Kösel) 197o, S. 82-112)

Achtenhagen, Frank: Analyse der Mathematikdidaktik - analysiert von einem Nicht-Mathematiker, in: Pädagogische Rundschau, 25. Jg. (1971), S. 538 - 549

Achtenhagen, Frank - Menck, Peters: Langfristige Cu-entwicklung und mittelfristige Cu-forschung. aus: ZfP; (197o), S. 4o7-429

Achtenhagen, Frank - Meyer, Hilbert (Hrsg.): Curriculumrevision - Möglichkeiten und Grenzen, München (Kösel), 1971

Apostel, Leo: Towards the Formal Study of Models in the Non-Formal Sciences, in: Freudenthal, Hans (Hrsg.): The Concept and Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences, S. 1 - 37, Dodrecht (Reidel Publ. Comp.) 1961

Asser, Günter: Zum Verhältnis von Mathematik und objektiver Realität, in: DZfPh,. Heft 2 (1965), S. 173 - 176.

Baron, Margaret E.: The Origin of the Infinitesimal Calculus, Oxford, London u.a. (Pergamom Press) 1969.

Bauersfeld, H. - Grotemeyer, K.P.- Weis, V.: Zum Selbstverständnis der Fachdozenten für Didaktik der Mathematik (Ergebnisse einer Umfrage) in: ZDM, 3. Jg. (1971), S. 1o9 - 113.

Becker, Egon - Jungblut,Gerd: Strategien der Bildungsproduktion, Ffm. (Suhrkamp), 1972 (ed. Suhrkamp 556).

Becker, Oskar: Die Grundlage der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung, Freiburg, 1954.

Becker, O. - Hofmann, Jos.E.: Geschichte der Mathematik, Bonn, 1951.

Benacerraf - Putnam (Hrsg.): Philosophy of Mathematics, Prentice Hall, 1964.

Bernal, J.D.: Science and Industry in the 19th Century, London, 1953

Bernal, J.D.: Science in History, 1965, deutsch: Wissenschaft-Science in History, 4 Bde., Reinbeck b. Hamburg (Rowohlt) 197o.

Berz, Edgar: Verallgemeinerte Funktionen und Operatoren,Mannheim (Bibliographisches Inst.) 1967.

Bigalke, Hans-Günther: Fachdidaktik in Forschung und Lehre, in: MNU, Bd. 22 (1969), Heft 5, S. 257-264.

Bigalke, Hans-Günther: Bericht über den 1. Internationalen Kongreß über mathematischen Unterricht der IMUK vom 24. bis 3o. August in Lyon, in: ZDM , Heft 1, (197o), S. 36 - 39.

Bigalke,H.G.: Zehn Thesen zur Gründung eines überregionalen zentralen Instituts für Didaktik der Mathematik, in: MNU. 24.Jg. (1971),Heft 7, S. 396-398

Bigalke, H.-G.: Zur Situation der Mathematikdidaktik in der Bundesrepublik Deutschland, in: MPhSB, Bd. 18 (1971), S. 225-245

Bildungsziel und Didaktik der Fachoberschule Technik, Unveröffentlichtes Manuskript, o.O.,o.J.

Blankertz, Herwig: Theorien und Modelle der Didaktik, Reihe Grundfragen der Erziehungswissenschaft Nr. 6, München (Juventa), 2. Aufl. 1969

Blankertz, Herwig: Die fachdidaktisch orientierte Curriculumforschung und die Entwicklung von Strukturgittern, in: ders.: Fachdidaktische Curriculumforschung - Strukturansätze für Geschichte, Deutsch, Biologie, Essen 1973, S. 9-27

Blankertz, Herwig (Hrsg.): Curriculumforschung - Strategien, Strukturierung, Konstruktion, Essen (Neue deutsche Schule) 1971

Blankertz, Herwig (Hrsg.): Fachdidaktische Curriculumforschung - Strukturansätze für Geschichte, Deutsch, Biologie, Essen (Neue deutsche Schule) 1973

Blickpunkt Schulbuch: Zeitschrift, unregelmäßiges Erscheinen, Frankfurt (Verband der Schulbuchverlage e.V. als Hrsg.)

Böddeker,W.-Dzewas,J.: Analysen der Richtlinien für den Unterricht in der Höheren Schule, Teil Mathematik, Nordrhein-Westfalen, Ratingen (Henn) 1963, in: ZDM, Heft 3, 2.Jg. (197o), S. 81-83

Boos, Bernhelm: Die historische Entwicklung mathematischer Tätigkeit, in: Materialien zur Analyse der Berufspraxis des Mathematikers, Heft 5, S. 1-44, Bielefeld 1971, Projektgruppe Math. in der Industriegesellschaft (Hrsg.)

Bourbaki, Niklas: Foundations of Mathematics for the working mathematician, J.Symb.Logic 14, S. 1-8 (1949)

Bourbaki, Niklas: Éléments d´histoire des Mathématiques, Paris (Hermann) 196o

Boyer,Carl Benjamin: The History of the Calculus and its Conceptual Development, New York 1959; ältere Aufl. unter anderem Titel 1949

Boyer, Carl Benjamin: A History of Mathematics, New York 1968

Brouwer, L.E.J.: Intuitionisme en Formalisme, Groningen 1912, in engl. Sprache in: Bull.Amer.Math.Soc. 2o (1913), S. 83 ff

Brouwer, L.E.J.: Über die Bedeutung des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten in der Mathematik, insbesondere in der Funktionentheorie, Journ. f. reine u. angew. Math., Bd. 154 (1925),S. 1 ff

Brouwer, L.E.J.: Historical Background, Principles and Methods of Intuitionism, in: South African Journal of Science, Johannesburg 1952, Oct.-Nov., S. 139-146

The Cambridge Economic History of Europe, vgl. unter: Postan, M.M.-Habakkuk, H.J.

Cantor, Moritz: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Leipzig, 1900-1903, 4 Bde, Johnson Reprint,New York,1965 (Teubner),Stuttgart, 1965.

Carnap, R.: Logische Syntax der Sprache, Wien (Springer)1934; 2. Aufl. 1968,: The logical Syntax of Language, (London 1937).

Carpinski, L.C.: The History of Anthmetic, Chicago, 1925.

CEHE : vgl. unter:Postan,M.M.-Habakkuk, H.J.

Christiansen, Bent: Induction and Deduction in the Learning of Mathematics and in mathematical Instruction, in: ESiM,2. Jg.(69/70), S. 139 - 159.

Cicourel, Aaron von: Methode und Messungen in der Soziologie, Frankfurt (Suhrkamp) 1970.

Crank, John: Mathematics and Industry, (Oxford Univ. Press)London 1962

Curry, Haskell, B.: Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics, Amsterdam (North-Holland Publ.Comp.) 1951, 3. Aufl, 1970.

Damerow, Peter - Elwitz, Ulla - Keitel, Christine - Zimmer, Jürgen: Situationsanalyse als Grundlage von Zielen des Curriculum, vorliegend: "Rohmanuskript für die Gutachter", o.O.,o.J.

Dieudonné, Jean: Moderne Mathematik und Unterricht auf der Höheren Schulen, in: MPhSB, Bd. 8 (1962), S. 166 - 178.

Dijksterhuis, Eduard Jan: Die Mechanisierung des Weltbildes, Berlin-Göttingen-Heidelberg (Springer) 1956.

Dobb, Maurice: Studies in the Development of Capitalism, London 1946, ^{2}1963, deutsche Ausg.: Entwicklung des Kapitalismus, Köln-Berlin (Kiepenheuer-Witsch) 1970.

Edelstein, W.-Sang, F.-Stelgelmann, W.: Unterrichtsstoffe und ihre Verwendung in der 7. Klasse der Gymnasien in der BRD - Eine empirische Untersuchung, Teil I - Mathematik und Englisch, Studien und Berichte des Max-Planck-Inst. f. Bildungsforschung, Berlin, o.J.

Engel, Arthur: Systematic Use of Applications in Mathematics Teaching, in: ESiM, vol 1, Nr. 1/2 (1968), S. 202-221.

Engel, Arthur:The Relevance of modern Fields of Applied Mathematics for mathematical Education, in:ESiM, vol II,(69/70), S. 257 - 269.

Eves, Howard: An Introduction to the History of Mathematics, ^{3}1969, ^{1}1953, 3. Auf., New York - Chicago u.a.(Holt,Rinehart and Winston).

Freudenthal, Hans (Hrsg.):The Concept and the Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences, Dodrecht(Reidel Publ.Co.)1961

Freudenthal, Hans: Why to teach Mathematics so as to be useful?, in: Educ.Stud. in Mathematics, vol.1, No.1/2(1968),Dodrecht-Holland,S.3-8.

Freudenthal,Hans: Mathematik als pädagogische Aufgabe, 2 Bde., Stuttgart (Klett), 1973.

Freudenthal, Hans (Hrsg.): Proceedings of the Colloquium How to teach Mathematics so as to be useful, Utrecht, August 21-25, 1967, Bd. 1, Nr. 1/2 (1968) von: ESiM, (Dodrecht) Holland

Frey, Gerhard: Die Mathematisierung der Welt, Stuttgart -Berlin (Kohlhammer) 1967

Frey, Gerhard: Einführung in die philosophischen Grundlagen der Mathematik, Hannover (Schroedel/Schöningh) 1968 (Ergänzungsheft 4 zu: Reidt/Wolff/Athen: Elemente der Mathematik)

George, Alexander L.: Quantitative and Qualitative Approaches to Content Analysis, in: Pool, Ithiel de Sola (Hrsg.): Trends in Content Analysis, Urbana (Ill.), 1959, S. 7-32

Großmann, Henryk: Die gesellschaftlichen Grundlagen der mechanistischen Philosophie und die Manufaktur, Zeitschr. f. Sozialforschung 4(1935), S. 161-231

Hasse, H.: Mathematik als Geisteswissenschaft und Denkmittel der exakten Naturwissenschaften, in: Studium Generale, Heft 7, 6.Jg. (1953), S. 392-398

Hermes, Hans: Einführung in die mathematische Logik, Stuttgart (Teubner) 1963

Hessen, B.: The Social and Economic Roots of Newton's 'Principia', in: Science at the Cross Roads, London (Kniga Ltd.) 1931

Heuser, Harro: Das Selbstverständnis der modernen Mathematik, in: IBM-Nachrichten Nr. 209, S. 13-18

Heyting, A.: Intuitionism - An Introduction, Amsterdam (North-Holland) 1956, 2. Aufl. 1966

Hilbert, David: Über die Grundlagen der Logik und Arithmetik, Aus den Verhandlungen des III. Int.Math.Kongreß in Heidelberg 1904, abgedruckt in: ders.: Grundlagen der Geometrie, 7.Aufl. 1930, Leipzig - Berlin, dort Anhang VII, S. 247-261

Hilbert, David : Über das Unendliche, Math. Ann., Bd. 95 (1962, S. 161-190, gekürzter Abdruck in: ders.: Grundlagen der Geometrie, 7.Aufl., a.a.O.,

Hilbert, David: Die Grundlagen der Mathematik, Abh. d. math. Seminars zu Hamburg, Bd. 6 (1928), gekürzter Abdruck in: ders.: Grundlagen der Geometrie, 7.Aufl., a.a.O.

Hilbert, David: Probleme der Grundlegung der Mathematik, Math.Ann., [illegible] Bd. 102, abgedruckt in: ders.: Grundlagen der Geometrie, a.a.O., Anhang X

Hilbert, David: Grundlagen der Geometrie, Leipzig - Berlin (Springer), 7.Aufl. 1930, dabei speziell die Anhänge !

Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung der Bundesanstalt für Arbeit (Hrsg.): Fachschul-,Berufsschul-, Werklehrer, in : Materialien aus der Arbeits- und Berufsforschung, Heft 14 (1972)

Kalmár, László: Foundations of Mathematics - wither now ?, in: Lakatos, Imre (Hrsg.): Problems in the Philosophy of Mathematics , London 1965, Bd. 1, S. 187-207, Amsterdam (North-Holland) 1967

Kambartel, Friedrich: Mathematics and the Concept of Theory, in: Proc. of the 1964 International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Bar-Hillel (ed.), Amsterdam 1965, S.21o-219.

Karpinski, L.C.: The History of Arithmetic, Chicago 1925.

Kaufmann, Burt A.- Steiner, Hans-G.: The CSMP Approach to a Content-Oriented Highly Individualized Mathematics Education, in: ESiM, Bd. 1, Nr. 3 (1969) S. 312-326.

Kerstiens, Ludwig: Fragen der Zuordnung von Erziehungswissenschaft und Fachdidaktik, in: Timmermann, Johannes: Fachdidaktik in Forschung und Lehre, Hannover (Schroedel) 1972, S. 36-45.

Kirsch, A.: Eine Analyse des sogenannten Schlußrechnung, in: MPhSB, Bd. 16 (1969), S. 41-55.

Klamkin, Murray S.: On the Teaching of Mathematics so as to be Useful, in: ESiM, vol.1, No 1/2 (1968), S. 126-16o.

Klamkin, Murray,S.: On the Ideal Role of an Industrial Mathematician and its Educational Implications, in: ESiM, vol III, (7o/71),S.244-269.

Klein, August: Fachdidaktik und Erziehungswissenschaft, in:Überlieferung und Neubeginn, Probleme der Lehrerbildung nach 1o Jahren des Aufbaus, Hrsg. von Hammelsbeck,Oskar,Ratingen (Henn) 1957, S. 6o - 71, abgedruckt in: Kochan, Detlef C.(Hrsg.):Allgemeine Didaktik-Fach-Didaktik Fachwissenschaft, Darmstadt 197o, S. 173-186.

Kochan, Detlev C. (Hrsg.): Allgemeine Didaktik, Fachdidaktik, Fachwissenschaft, Darmstadt (Wissenschaftl. Buchgesellschaft) 197o.

Körner, Stefan: Philosophie der Mathematik, München (Nymphenburger) 1968, (Original London 196o).

Konferenz der Kultusminister: Empfehlungen und Richtlinien zur Modernisierung des Mathematikunterrichts an den allgemeinbildenden Schulen, Beschluß der 125. KMK am 3./4. 1o. 1968, mir vorliegend als Papier des Sekretariats der KMK,o.O.,o.J. zitiert meist:KMK-Beschlüsse....

Kopp, Ferdinand: Das Verhältnis der allgemeinen Didaktik zu den Fachdidaktiken, in: Vjschr.f.wiss. Päd., 38(1962), S. 138 - 154, abgedruckt in: Kochan,Detlef C.(Hrsg.): Allgemeine Didaktik - Fachdidaktik - Fachwissenschaft, Darmstadt (Wiss. Buchges.)197o, S. 187 - 2o8.

Kramp, Wolfgang: Fachwissenschaft und Menschenbildung, aus:Wissenschaft und Bildung - Vorträge der Berliner Hochschultage vom Januar 1963. Hrsg. u. eingel. von H. Meschkowski, Weinheim (Beltz) 1963,S.153-177, abgedruckt in:Kochan,Detlef C.(Hrsg.):Allgemeine Didaktik - Fachdidaktik - Fachwissenschaft, Darmstadt 197o, S. 322-35o.

Krathwohl, David R.: Der Gebrauch der Taxonomie von Lernzielen in der Curriculumkonstruktion,in: Achtenhagen,F.-Meyer,H.(Hrsg.):Curriculumrevision - Möglichkeiten und Grenzen,München(Kösel)1971,S. 75 ff.

Krygowska, Zofia: Le texte mathématique dans l' enseignement, in: ESiM, Vol.II (69/7o), S. 36o - 37o.

Kultusminister NW (Hrsg.):Richtlinien für den Unterricht in der Höheren Schule - Mathematik, Ratingen (Henn) 1963.

Kultusminister NW (Hrsg.): Richtlinien für den Unterricht in der Realschulen - Mathematik, Ratingen (Henn) 1967.

Kultusminister NW (Hrsg.): Curriculum Gymnasiale Oberstufe - Mathematik, Düsseldorf (Henn) 1972, 2. Ausgabe.

Kultusminister NW (Hrsg.): Kollegstufe NW, Heft 17 des Schriftenreihe "Struktur-förderung im Bildungswesen des Landes NW", Ratingen (Henn) 1972.

Kultusminister NW (Hrsg.): Verzeichnis der genehmigten Lehrmittel für die allgemeinbildenden Schulen für das Jahr 1972/73, RdErl. des Kultusministers v. 18. April 1972, in: Gemeinsames Amtsblatt des Kultusministers u. des Ministeriums für Wissenschaft und Forschung des Landes NRW, Ausgabe A, 24.Jg., 2. Sonderheft, 3. Sonderheft.

Kultusminister NW (Hrsg.): Empfehlungen für den Unterricht in der Realschule für das Fach Mathematik, Ratingen (Henn) 1973.

Kultusministerium NRW (Hrsg.): Im Blickpunkt: Berufliche Schulen im Landes NRW, o.O., o.J. (ersch. 1972)

Kultusminister NWrsg.): Mathematik - Unterrichtsempfehlungen Sekundarstufe I - Gymnasium, o.O., o.J.

Lakatos, Imre (Hrsg.): Problems in the Philosophy of Mathematics, Proc. of the International Coll. in the Phil. of Science, London 1965, vol. I, Amsterdam (North-Holland Bubl.Comp.) 1967.

Landesregierung NRW: Situation, Weiterentwicklung und Reform der beruflichen Bildung - Antwort der Landesregierung auf die Große Anfrage 9 der Fraktionen des SPD und F.D.P.

Lenné, Helge: Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland, Stuttgart, (Klett Verlag) 1969.

Leonardo von Pisa (Fibonacci): Liber Abaci, ?Florenz?, 2.Aufl. 1228

Lietzmann, Walther: Methodik des mathematischen Unterrichts, Heidelberg (Quelle & Meyer) 1951.

Lietzmann, Walter - Jahner, Horst (Bearb.): Methodik des mathematischen Unterrichts, Heidelberg (Quelle & Meyer) 1968, 4. veränderte Aufl.

Löttgen, U.: Das axiomatische Denken in der Mathematik, in: MNU, Bd. 21 (1968), Heft 11, S. 369 - 374.

Long, R.S. - Meltzer, N.S. - Hilton, P.J.: Research in Mathematics Education, in: ESiM, Bd.II, (69/70), S. 446 - 468.

Mathiessen, Kjeld - Schröder, Konrad - Timmermann, Johannes: Bernrieder Protokolle zum Selbstverständnis der Fachdidaktik in der Universität, in: Timmermann, Johannes: Fachdidaktik in Forschung u. Lehre, Hannover (Schroede) 1972, S. 86 ff.

Merton, R.K.: Science, Technology and Society in the 17th Century, Osiris 4,2 (1938), S. 360-632

Meschkowski, Herbert: Mathematik als Bildungsgrundlage, Braunschweig (Vieweg) 1965.

Meyer, Hilbert: Einführung in die Curriculum-Methodologie, München (Kösel) 1972

Meyer, Hilbert: Trainingsprogramm zur Lernzielanalyse, Frankfurt (Fischer-Athenäum) 1974

Münzinger, Wolfgang: Moderne Mathematik,Gesellschaft und Unterricht, Weinheim - Berlin - Basel (Beltz) 1971.

Otto, Günter: Fach und Didaktik, Originalbeitrag in: Kochan, Detlef C. (Hrsg.) Allgemeine Didaktik - Fachdidaktik - Fachwissenschaft, Darmstadt (Wissenschaftl. Buchges.) 197o, S. 2o9 - 234.

Pollak, H.O.: How can we teach Applications of Mathematics, in:ESiM, Vol V (69/7o),S. 393 - 4o4,auch in: Actes du 1er congrés international de l' enseignment mathématique,Lyon,24-3o.8.1969, S. 261-272.

Pool, Ithiel de Sola (Hrsg.):Trends in Content Analysis,(University of Ill. Press) Urbana 1959.

Postan, M.M.-Habakkuk, H.J. (General Editors): The Cambridge Economic History of Europe, Cambrigde University Press, Bd.I:The Agrarian Life of the Middle Ages(ed.:Postan,M.M.),1966; Bd.II:Trade and Industry in the Middle Ages(ed.:Postan,M.M.-Rich,E.E.),1952;Bd.III: Economic Organization and Policies in the Middle Ages(ed.:Postan,M.M.-Rich,E.E.-Miller,Edward).1965; Bd.IV:The Economy of Expanding Europe in the 16th and 17th Century(ed.:Rich,E.E.-Wilson,C.H.),1967; Bd.VI: The Industrial Revolutions and after: Incomes,Population and Technological Change, 2 Bde.,(ed.:Habakkuk.H.J.-Postan,M.M.) 1966 and 1965.

Projektgruppe Fernstudium (Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld): Mathematisches Vorsemester - Texte, Berlin-Heidelberg-New York (Springer) 197o.

Ritsert,Jürgen:Inhaltsanalyse und Ideologiekritik - Ein Versuch über kritische Sozialforschung,Frankfurt(Athenäum-Fischer)1972.

Robinsohn, Abraham: Formalism '64,in:Proc.of the 1964 International Congress of Logic,Methodology and Philosophy of Science, Bar-Hille(ed.) Amsterdam (North-Holland) 1965, S. 228 ff.

Robinsohn, Soul B.: Bildungsreform als Revision des Curriculum, Neuwied/Rhein u. Berlin '67, 3. Neuauflage 1971 mit:"Ein Strukturkonzept für Cu-entwicklg" aus: ZfP, 15 (1969), Nr. 6

Sachs, Lothar; Statistische Auswertungsmethoden,Berlin-Heidelberg-New York (Springer) 1972, s. neubearb., erw. Aufl.

Sielaff, K. - Böddeker, W.: Analyse der Empfehlungen,Richtlinien und Rahmenpläne zur Modernisierung des Mathematikunterrichts an den allgemeinbildenden Schulen, in: ZDM, Heft 2,2.Jg.(197o), S. 42 f.

Smith, David: History of Mathmatics,Boston 1923/25,2Bde, Dover Reprint 1958

Sozialistischer Lehrerbund (Hrsg.):Materialien zur Schulbuchproduktion Analysis-Tendenzen-Alternativen, Reihe Roter Pauker,Heft 8,Offenbach 1973.

Speck, Josef - Wehle, Gerhard (Hrsg.): Handbuch pädagogische Grundbegriffe 2 Bde, München (Kösel) 197o

Suppes, Patrick: A Comparison of the Meaning and Uses of Models in Mathematics and the Empirical Sciences, in: Freudenthal, Hans (Hrsg.): The Concept and the Role of the Model in Mathematics and Natural Sciences, Dodrecht (Reidel) 1961, S. 153-177

Scheuerl, Hans: Die Gliederung des deutschen Schulwesens. Analytische Darstellung und Gesichtspunkte zu seiner weiteren Entwicklung, Stuttgart (Klett) 1968, (Deutscher Bildungsrat, Gutachten und Studien der Bildungskommission 2)

Schmidt, Siegbert: Mathematikunterricht - nur Unterricht in und durch Mathematik ?, in: MPhSB, Bd. 21 (1974), H. 1, S. 2o-45

Schröter, Gottfried: Die Beurteilung von Schulbüchern, aus: Einführung in die Schulpraxis - Eine Schulpädagogik, Oberursel/Taunus, 197o/3, Abdruck in: Doring (Hrsg.): Unterricht mit Lehr- und Lernmitteln

Schröter, Karl: Die Tragweite und Grenzen der axiomatischen Methode, in: DZfPh 4(1957), S. 476-488

Schultze, Walter - Führ, Christoph: Das Schulwesen in der BRD, Weinheim (Beltz) 1966

Stegmüller, Wolfgang: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie, Stuttgart (Kröner) 4. Aufl. 1969

Steiner, Hans-Georg: Examples of Exercises in Mathematization on the Secondary School Level, in: ESiM, 1.Jg. (1968), Heft 1/2, S. 181-2o1

Steiner, Hans-Geord: Analysen von Mathematik-Lehrplänen für die Klassen 5-13 der gymnasialen Stufe - Vorbemerkung, in: ZDM, Heft 2, 2.Jg. (197o), S. 43

Struik, Dirk J.: Abriß der Geschichte der Mathematik, 1.Aufl. (engl.) 1948, vorliegend in der 5. erw. Aufl. Berlin (Ost) 1972

Taton, René (Hrsg.) : Histoire générale des sciences - la science contemporaine, Bd. 1: Le XIX^{e} siècle, zur Math.: S. 7-94; Bd. 2: Le XX^{e} siècle, zur Math.: S. 11-127, Paris 1961/1964

Timmermann, Johannes: Bericht über den Stand der Fachdidaktik an den Universitäten der BRD 1971, in: ders., Fachdidaktik in Forschung und Lehre, a.a.O., S. 15-35

Timmermann, Johannes: Fachdidaktik als Wissenschaft in Forschung und Lehre an der Universität, in: ders., Fachdidaktik in Forschung und Lehre, a.a.O., S. 46-6o

Timmermann, Johannes (Hrsg.): Fachdidaktik in Forschung und Lehre, Hannover (Schroedel) 1972

Töpfer, Hans: Mathematische Lehrgänge zwischen Gymnasium und Universität, in: Praxis der Mathematik, Hefte 5, S. 123-131; 6: 154-163; 7: 187-191; im 11. Jg. (1969)

Verband der Schulbuchverlage e.V. (Hrsg.): Blickpunkt Schulbuch - Zeitschrift für moderne Unterrichtsmedien, Unregelmäßiges Erscheinen, zu beziehen über o.g. Verband, 6 Frankfurt/Main, Zeppelinallee 33

Weyl, Hermann: Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft, 1928 (Handbuch der Philosophie) ^{3}1966 wesentlich ew. Aufl., München.

Wilhelm, Theodor: Die erziehungswissenschaftliche Diskussion über die Aufgaben der Didaktik, in: Der Gymnasialunterricht, Reihe III, H. 6 (1966), S. 5-6, S. 16-35, S. 54; abgedruckt in: Kochan, Detlef C. (Hrsg.):Allgemeine Didaktik - Fachdidaktik - Fachwissenschaft, dort: S. 353 - 384, Darmstadt 7o.

Wissing, Juergen A.: Modell eines geschlossenes Systems des Schul- und Berufsbildungswesens - Ein utopischerPlan?, in: Deutsche Berufs- und Fachschule 65 (1969), 2. Heft, S. 1o3 - 12o.

Wittmann, Erich: Zur gegenwärtigen Situation der Fachdidaktiken, in: Neue Sammlung, 13. Jg. (1973), S. 12o - 129.

Zur Didaktik der Mathematik in den Klassen 11 und 12 der Fachoberschule: Unveröffentlichtes Manuskript, o.O., o.J.

Zuse, Konrad: Der Computer, mein Lebenswerk, München (Moderne Industrie) 197o.

Innerhalb des Literaturverzeichnisses wurden folgende Abkürzungen für Zeitschriftentitel benutzt:

Bull.Amer.Math.Soc.	= Bulletin of the American Mathematical Society
DZfPH	= Deutsche Zeitschrift für Philosophie
ESiM	= Educational Studies in Mathematics
J.f.reine und angew.Math.	= Journal für reine und angewandte Mathematik
J.Symb.Logic	= Journal of Symbolic Logic
Math.Ann.	= Mathematische Annalen
MNU	= Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht
MPhSB	= Mathematisch-Physikalische Semesterberichte
ZDM	= Zentralblatt für die Didaktik der Mathematik
ZfP	= Zeitschrift für Pädagogik

L E B E N S L A U F

Am 21. September 1946 wurde ich, Rudolf Sträßer, in Ratingen bei Düsseldorf geboren. Dort besuchte ich die Schule seit Ostern 1953, im Frühjahr 1966 schloß ich meinen Schulbesuch mit der Reifeprüfung am Städtischen Neusprachlichen Gymnasium in Ratingen ab.

Im Sommersemester 1966 begann ich ein Mathematik-Studium an der Westfälischen Wilhelms-Universität in Münster mit dem vorläufigen Ziel, die Diplomhauptprüfung in diesem Fach abzulegen. Als Wahlfach wählte ich Volkswirtschaftslehre im Hinblick auf meinen damaligen Plan, ein sozialwissenschaftliches Zweitstudium anzuschließen. Dementsprechend besuchte ich auch Lehrveranstaltungen der Fächer Soziologie und Erziehungswissenschaften. Ende September 197o schloß ich mein Mathematikstudium durch die Diplomhauptprüfung ab.

Nach dem Examen war ich 13 Monate lang als Verwalter einer wissenschaftlichen Assistentenstelle am Mathematischen Institut der WWU Münster tätig; in dieser Zeit erstellte ich gemeinsam mit zwei anderen Mitarbeitern des Instituts eine Studie über den Erfolg der Lehrgänge für die Studienanfänger im Fach Mathematik.

Mein Arbeitsschwerpunkt lag jedoch bereits in dieser Zeit auf Überlegungen zur Didaktik der Mathematik, im Dezember 1971 wurde mir ein Stipendium nach dem Graduiertenförderungsgesetz bewilligt, das mir die Konzentration auf diese Interessen ermöglichte. Nachzwei Jahren war die Dissertation soweit fertiggestellt, daß ich am 1.12.1973 in den Vorbereitungsdienst für das Lehramt an Höheren Schulen eintreten konnte, um praktische Erfahrungen im Mathematikunterricht zu sammeln. Daneben brachte ich die Arbeiten an der Dissertation bis Mitte des Jahres 1974 zum Abschluß.

Rudolf Sträßer

difo-druck · 8600 bamberg
untere königstraße 30